

**Viðskipta- og Hagfræðideild Hagrannsóknir, upprifjunardæmi.
Háskóli Íslands Helgi Tómasson**

Þetta eru æfingar í líkindafræði. Það á að vera hægðarleikur að leysa þetta með formúlum úr appendix A-E og menntaskólalastærðfræði.

1. Hendingarnar Y_1 og Y_2 eru óháðar $U(0, 1)$. Skilgreinum:

$$X_1 = \sqrt{-2\log(Y_1)} \cos(2\pi Y_2)$$

$$X_2 = \sqrt{-2\log(Y_1)} \sin(2\pi Y_2)$$

Finnið dreifingu $(X_1, X_2)'$. Hver er fylgni X_1 og X_2 ?

2. Hendingin $Y|Z$ poisson dreifð með meðaltal Z . Ef Z er gammadreifð, hver er þá óskilyrt dreifing Y ?
3. Tveir afgreiðslukassar þjónusta í búð. Biðtíminn hjá hvorum um sig er exponentialdreifður með væntanlegt gildi $1/\lambda$. Hver er dreifing styttri biðtímans? Þ.e. Y_1 og Y_2 eru óháðar exponential. Finnið dreifingu $Z = \min(Y_1, Y_2)$

4. Athugið runu hendinga Z_n , sem er skilgreind þannig að:

$$P(Z_n = 1) = 1/n^{1/4}$$

$$P(Z_n = -1) = 1/n^{1/4}$$

$$P(Z_n = 0) = 1 - P(Z_n = 1) - P(Z_n = -1)$$

- a) Gildir $Z_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{m.s.}$ eitthvað? b) Gildir $Z_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{p}$ eitthvað?
c) Gildir $Z_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{a.s.}$ eitthvað?

5. Athugið runu hendinga Z_n , sem er skilgreind þannig að:

$$P(Z_n = -(n + 4)) = 1/(n + 4)$$

$$P(Z_n = -1) = 1 - 4/(n + 4)$$

$$P(Z_n = n + 4) = 3/(n + 4)$$

Er runan $E(Z_n)$ samleitín? Ef svo hvert er markgildið? Hvert er $plim(Z_n)$?

6. Ef Y er exponential dreifð hver er þá dreifing Y^γ ($\gamma > 0$)?

7. Gefið er að $(Y_1, Y_2, Y_3)'$ er $N(\mu, \Sigma)$ þar sem:

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \end{bmatrix} \quad \text{og } \Sigma = \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho^2 \\ \rho & 1 & 0 \\ \rho^2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Finnið dreifingu $(Y_1, Y_2|Y_3 = y_3)'$ og $(Y_1|Y_2 = y_2, Y_3 = y_3)$.