

# Tölfræðilegar sjónhverfingar og umræða um mismunun

Helgi Tomasson

- ▶ Ný grein Helgi Tómasson (2013) í *Journal of Multidisciplinary Research: Some Statistical Illusions and the Debate on Discrimination*.
- ▶ Efni sem ég hef talað og kennt um í áratugi.
- ▶ Sett á bandarískan markað með nýlegum amerískum tilvitnunum.
- ▶ Nokkrar villur: Simpson mótsögn, 2x2 töflur villandi, mikilvægt að hafa allar breytur með í líkani, áhrif af mæliskekkjum.
- ▶ Lokahugleiðingar.

# Simpson mótsögn

- ▶ Vel þekkt úr ýmsum tölfræðibókum.
- ▶ Erfðafræði sem ég lærði af fyrirlestri árið 2000.
  1. Fundist hefur „marktæk“ milli ákveðins gens og ákveðins sjúkdóms.
  2. Ja!/? Ef þetta  $p$  er ekki  $< 0.05$  þá skulum við bara ímynda okkur að það gagnamagnið sé 100 sinnum stærra en hlutföll óbreytt.
  3. Á maður að setja í gang prógram fyrir þá sem eru með þetta gen?

- ▶ 4. Menn uppgvötuðu að polulationin var lagskipt. Þ.e. það voru Hvítir og Indíánar.
- ▶ Hvítur með gen var ekki í aukinni hættu og Indíáni með gen er ekki í aukinn hættu heldur. Hvernig má svo vera?

**Einfalt:** Það bara vill þannig til að genið og sjúkdómurinn er algengari meðal hinna hvítu.

# Kennslubókardæmi

Hugsanlegt er að öll fyrirtæki í landinu mismuni konum í hag en samt virðist heildin mismuna körlum í hag.

## Kennslubókardæmi

Hugsanlegt er að öll fyrirtæki í landinu mismuni konum í hag en samt virðist heildin mismuna körlum í hag.

	Há laun	Lág laun
Karlar	18	12
Konur	7	3

**Tafla :** Launadreifing í fyrirtæki A. 70% kvenna með há laun, 60% karla með há laun.

	Há laun	Lág laun
Karlar	2	8
Konur	9	21

**Tafla :** Launadreifing í fyrirtæki B. 30% kvenna með há laun, 20% karla með há laun.

# Summa A og B

	Há laun	Lág laun
Karlar	20	20
Konur	16	24

**Tafla :** Launadreifing í fyrirtækjum A+B. 40% kvenna með há laun, 50% karla með há laun.

Tölurnar eru teknar úr Poirier (1995). Aðrar kennslubækur hafa líka tekið þær upp, t.d. Lancaster (2004).

**Lexía:** Ekki slá saman misleitum hópum.

Mér er sagt að á vef Félagsmálaráðuneytis hafi menn reiknað út (Launamyndun og kynbundinn launamunur, 2006, bls 36), Félagsmálaráðuneytið (2006):

kynjamisrétti hjá hinu opinbera = 11.8%



Mér er sagt að á vef Félagsmálaráðuneytis hafi menn reiknað út (Launamyndun og kynbundinn launamunur, 2006, bls 36), Félagsmálaráðuneytið (2006):

kynjamisrétti hjá hinu opinbera = 11.8%

kynjamisrétti í einkageira = 15.5%

Mér er sagt að á vef Félagsmálaráðuneytis hafi menn reiknað út (Launamyndun og kynbundinn launamunur, 2006, bls 36), Félagsmálaráðuneytið (2006):

kynjamisrétti hjá hinu opinbera = 11.8%

kynjamisrétti í einkageira = 15.5%

meðaltal = 15.7%

# Tölfræðikennslubókarútgáfa af Simpson mótsögn

Gefið er:

$$P(A|B \cap C) > P(A) \text{ og } P(A|B \cap \bar{C}) > P(A)$$

en samt:

$$P(A|B) < P(A).$$

Finnið svona atburði A, B og C.

## Allar breytur verða að vera með:

Ef rétt líkan er:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + u_i,$$

þar sem t.d.  $x_{i1}$  er kyn einstaklins  $i$  og  $x_{i2}$  er vinnutími, og síðan er líkanið:

$$y_i = \alpha_0 + \alpha_1 x_{i1} + v_i,$$

metið. Þá er rangt að líta á  $\hat{\alpha}_1$  sem mat á kynbundnum launamun því  $x_{i2}$  breytunni var sleppt. Biasinn verður:

$$\beta_2 \frac{\sum (x_{i1} - \bar{x}_1)(x_{i2} - \bar{x}_2)}{\sum (x_{i1} - \bar{x}_1)^2}$$

**Lexía:** Ef mikilvægri breytu er sleppt þjagar það mat á þýðingu allra annara breyta.

**Þetta jafnar sig ekki út.**

$$\text{meðallaun} = 64.520 + 10.340 * \text{kyn} + 16.270 \text{ starf} + 56.930 \text{ tign}$$

Má túlka þetta þannig að þegar leiðrétt hafi verið fyrir mikilvægum skýrstærðum þá sé kynbundinn launamunur 10.340?

**Nei!**

Ef aldri er bætt við þá breytist formerkið á kyn-breytunni

$$\text{meðallaun} = 48.130 - 5.810x_1 + 24.640x_2 + 51.300x_3 + 44.330x_4$$

Er þetta þá rétt?

## 2x2 töflur eru varasamar

	starf=1	starf=2
karlar	154.000	241.429
konur	126.667	200.000

Tafla : Meðallaun eftir starfi og kyni

	aldur=1	aldur=2
karlar	145.000	235.000
konur	122.500	190.000

Tafla : Meðallaun eftir aldri og kyni

Úr grein sem birtist í Þjóðmálum 2005. Einnig notað sem kennsludæmi í omitted variable bias í 15 ár.

Þessar töflur eru byggðar á gervigögnum sem ég bjó til sem kennslufni (eru aftast í grein). Þær eru búnar til með formúlunni:

$$y = 50 - 5x_1 + 20x_2 + 50x_3 + 40x_4 + 10x_3x_4.$$

$x_1$  = kyn (konur=0 og karlar=1),

$x_2$  = starf (starf=0/1),

$x_3$  = aldur (ungur=0 og gamall=1),

$x_4$  = tign (undurmaður=0 og yfirmaður=1),

og  $y$  = laun (í einhverri einingu á tímabili, þús. dollarar/ár).

# Mæliskekkjur eru mikilvægar

Kennslubókardæmi:

$$\text{þyngd} = \alpha + \beta \text{ hæð} + \text{noise}$$

Fólk lýgur til um hæð. Þó svo meðallygin sé 0 þá verður samt bias í  $\hat{\beta}$ , sem **jafna sig ekki út** þó mælingum fjölgi.

Lausn: Nota IV(instrumental-variable).



# Ómældar breytur skipta máli

TABLE 13.3 Estimated Log Wage Equations

Variables	OLS	GLS/RE	LSDV	HT/IV-GLS	HT/IV-GLS
$x_1$ Experience	0.0132 (0.0011) <sup>a</sup>	0.0133 (0.0017)	0.0241 (0.0042)	0.0217 (0.0031)	
Bad health	-0.0843 (0.0412)	-0.0300 (0.0363)	-0.0388 (0.0460)	-0.0278 (0.0307)	-0.0388 (0.0348)
Unemployed Last Year	-0.0015 (0.0267)	-0.0402 (0.0207)	-0.0560 (0.0295)	-0.0559 (0.0246)	
Time	NR <sup>b</sup>	NR	NR	NR	NR
$x_2$ Experience					0.0241 (0.0045)
Unemployed					-0.0560 (0.0279)
$z_1$ Race	-0.0853 (0.0328)	-0.0878 (0.0518)		-0.0278 (0.0752)	-0.0175 (0.0764)
Union	0.0450 (0.0191)	0.0374 (0.0296)		0.1227 (0.0473)	0.2240 (0.2863)
Schooling	0.0669 (0.0033)	0.0676 (0.0052)			
Constant	NR	NR	NR	NR	NR
$z_2$ Schooling				0.1246 (0.0434)	0.2169 (0.0979)
$\sigma_e$	0.321	0.192	0.160	0.190	0.629
$\rho = \sqrt{\sigma_u^2 / (\sigma_u^2 + \sigma_e^2)}$		0.632		0.661	-0.817
Spec. Test [3]		20.2		2.24	0.00

<sup>a</sup>Estimated asymptotic standard errors are given in parentheses.

<sup>b</sup>NR indicates that the coefficient estimate was not reported in the study.

Tekið úr Greene (2003) til útskýringar á instrumental-aðferðum Hausman & Taylor (1981) í repeated-measures líkönum.

- ▶ Árin 1986-1990 vann ég fyrir Kjararannsóknarnefnd sem gaf út fréttbréf með launameðaltölum byggðum á launabókhaldi fyrirtækja.
- ▶ Þar var fólk t.d. flokkað eftir því hvort það var undirmenn eða yfirmenn.
- ▶ Á einhverju tímapunkti mat ég að 30% af yfirmönnum væru ranglega flokkaðir sem undirmenn og 5% af undirmönnum væru ranglega flokkaðir sem yfirmenn.
- ▶ Ef yfirmenn fengju 2 og undirmenn 1 í laun óháð kyni þá er eðlileg útkoma:

	Yfirmenn	Undirmenn
Karlar	2	1
Konur	2	1

Tafla : Sannleikur

	Yfirmenn	Undirmenn
Karlar	1.86	1.12
Konur	1.42	1.02

Tafla : Mælt

# Sample-selection process

- ▶ Jafnvel þó að allar breytur séu rétt mældar þarf að gæta að sér.
- ▶ Segjum að hægt væri að mæla menntun nákvæmlega rétt á einvíðum kvarða þá væri samt least-squares-mat á stuðulinn við menntunarbreytuna í líkaninu:

$$y = \beta \text{ menntun} + \text{truflandi þættir} + \text{frávik},$$

þjagaður. Skýringin er sú að hugsanleg tengsl eru á milli hæfni til menntunar, valsins á menntun og hæfni til að afla tekna (selection-bias).

- ▶ Höfundur „How to lie with statistics“, Huff (1954), var meðvitaður um þetta.

# Fjölskylduhagir

- ▶ Hjónaband og barneignir skipta máli.
- ▶ Ef skoðaðar eru töflur 10 og úr skýrslu Hagstofunnar frá árinu 2010 (18. febrúar) má fá hugmynd um áhrif barneigna á hegðun kynna í tekjuöflun.
- ▶ Það blasir við að það er ekki rétt að slá saman niðurstöðum fyrir karla og konur og láta eins og barneignabreytan hafi sömu áhrif á bæði kyn.

Tafla 11. FE mat og áhrif fyrir konur og karla 2000-2007

Breyta	Karlar				Konur			
	Mat	St.sk. <sup>a</sup>	Áhrif <sup>b</sup>	St.sk.	Mat	St.sk.	Áhrif	St.sk.
Aldur	0,059	0,003	2,500	0,204	0,074	0,003	3,859	0,206
Aldur^2	0,000	0,000			0,000	0,000		
Stúdentspróf	0,002	0,003	0,151	0,223	-0,008	0,002	-0,839	0,199
Háskólapróf	0,044	0,004	4,526	0,356	0,031	0,004	3,131	0,318
Námsmaður	-0,023	0,002	-2,276	0,153	-0,016	0,002	-1,626	0,144
Starfsaldur	0,004	0,000	0,275	0,025	-0,001	0,000	-0,071	0,028
Starfsaldur^2	0,000	0,000			0,000	0,000		
Samvist	0,006	0,002	0,604	0,205	0,004	0,002	0,403	0,185
Fjöldi barna 1. ári	0,008	0,002	0,822	0,198	-0,016	0,003	-1,641	0,210
Fjöldi barna 2. ári	0,011	0,003	1,142	0,207	-0,006	0,003	-0,597	0,227
Fjöldi barna 2 - 5 ára	0,009	0,002	0,885	0,153	-0,017	0,002	-1,670	0,172
Fjöldi barna 6 - 9 ára	0,007	0,002	0,707	0,153	-0,011	0,002	-1,069	0,174
Fjöldi barna 10 - 16 ára	0,004	0,002	0,426	0,134	-0,006	0,002	-0,596	0,145
Öryrki	-0,015	0,007	-1,450	0,581	-0,026	0,006	-2,528	0,511
Iðnaðarmaður	0,126	0,005	13,399	0,460	0,267	0,019	30,633	2,053
Iðnnemi	0,017	0,004	1,764	0,320	0,028	0,003	2,888	0,288
Hefur mannaforráð	0,111	0,004	11,749	0,352	0,101	0,005	10,617	0,483
Fullvinnandi	0,014	0,002	1,376	0,131	0,002	0,002	0,241	0,129
Pakkalaun	0,090	0,002	9,430	0,193	0,048	0,002	4,947	0,173

a: Staðalskekkja. b: Hlutfallsleg áhrif (prósentustærðir), reiknast miðað við meðaltal fyrir ólínulega þætti svo sem aldur og starfsaldur.

Tekið úr skýrslu Hagstofu um launamun kynja frá árinu 2010, Hagstofa Íslands (2010). Augljós kynjamunur í mörgum stikum. Fráleitt að slá saman töflunum og reyna að fá **EINN** kynjastuðul.

## Um karla, konur, hjónaband og tekjur

- Eyjólfur Sigurðsson (2010) metur tekjur eftir hjónabandsstétt.

	Giftir	Ógiftir
Karlar	2.6	1.65
Konur	1.75	1.55

*Tafla:* Tekjur kynja eftir hjónabandsstétt.

Með því að láta  $\kappa$ ,  $\beta$  og  $\sigma$ , vera mismunandi milli hjóna er hægt að fá svona meðaltöl út á ýmsa vegu.

Tekið úr öðrum fyrirlestri um tekjudreifingarlíkön. *Does Marriage Really Make Men More Productive?*, Korenman & Neumark (1991).

Ýmsir hafa tjáð sig um hjónabandsáhrifin:

O'Neill & O'Neill (2005) segir: *There is no gender gap in wages among women and men with similar family roles. Comparing the wage gap between men and women age 25-43 who have never married and never had a child, we find a small observed gap in favor of women, which becomes insignificant after accounting for differences in skills and job and workplace characteristics.*



og líka:

Farrell (2005), on page xxi cites facts from the U.S. Census Bureau in the 1950s that there was very little difference in the earnings of never married women and never married men between 45 and 54 was very little. This, the 1950s, was way before affirmative action and the Equal Pay act of 1963. Farrell (2005) gives a follow-up of of this results into modern times and the pattern seems to be the same.

Hugsanlega eru ógiftar konur frábrugðnar ógiftum körlum. Til að rannsaka það er nauðsynlegt að hanna líkan fyrir giftingarprocessinn.

## Hvað segja Nóbelsverðlaunahafarnir?

Becker (1993) reacts to a report from the Boston Federal Reserve concerning the HMDA (Home-Mortgage-Disclosure-Act) for monitoring minority access to the mortgage market. That report was later published in the *American Economic Review*, Munnell, Tootell, Browne & McEneaney (1996). The report suggested that even after controlling for various external variables, results suggested discrimination against minorities. Becker's answer is to turn the problem around, i.e., if the banks discriminate against minorities then the banks should profit more from lending to minorities, which did not seem to be the case. The economic motive seems to be missing.

In his article, *Detecting Discrimination*, Heckman (1998), gives statements like, *careful reading of the entire body of available evidence confirms that most of the disparity in earnings between blacks and whites in the labor market of the 1990s is due to the differences in the skill they bring to the market, and not to discrimination in the market, and ... the evidence from the current U.S. labor market is that discrimination by employers alone does not generate large economic disparities ...*

## Varasamt réttarumhverfi

O'Neill (2010) bursts out: *Washington's Equal Pay Obsession There's no epidemic of gender discrimination. So why is Congress proposing another law?*

*Thomas Sowell (2004) on the Wal-Mart case and one of the "grand fallacies " of our times: "A record-breaking new class-action lawsuit against Wal-Mart claims that the retail chain discriminates against women, for which, of course, vast millions of dollars are being demanded. The New York Times aptly summarized the case: 'About 65 percent of the company's hourly-paid workers are women, but only 33 percent of its managers are.'*

# Lokaorð

- ▶ Ég tel að hugtakið kynbuninn launamunur sé á misskilningi byggt.
- ▶ Líklega orðið til vegna fákunnáttu í tölfræði.
- ▶ Þessi fákunnátta veldur samfélagslegu tjóni.
- ▶ Ýmsir vilja notfæra sér svona misskiling, hagsmunaaðilar, stjórnámálamenn, o.s.frv.
- ▶ Faglært fólk í hagrannsóknnum og tölfræði ætti að sinna hversdags tölfræðivandamálum meira.
- ▶ Tek undir með Nóbelsverðlaunahafanum Becker (1971):  
*it is of dubious social value to reward or punish employers for discrimination (beyond other criminal conduct).*  
*Discrimination is not in their economic control.*

# Heimildir (vantar nokkrar)

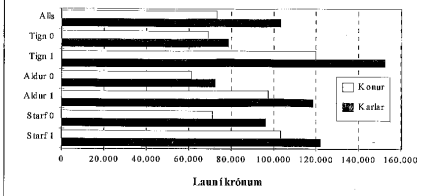
- Becker, G. S. (1971). *The economics of discrimination* (2nd ed.). University of Chicago Press.
- Becker, G. S. (1993). Evidence against banks does not prove bias. Bloomberg Businessweek: Businessweek Archives.
- Farrell, W. (2005). *Why men earn more*. Amacom.
- Félagsmálaráðuneytið (2006). Launamyndun og kynbundinn launamunur.
- Greene, W. (2003). *Econometric Analysis* (5 ed.). Prentice Hall.
- Hagstofa Íslands (2010). Launamunur kynjanna: Skýrsla unnin vegna samstafsverkefnis hagstofu Íslands, alþýðusambands Íslands og samtaka atvinnulífsins um launamun kvenna og karla byggt á gögnum hagstofu Íslands.
- Hausman, J. A. & Taylor, W. E. (1981). Panel data and unobservable individual effects. *Econometrica*, 49(6), 1377–1398.
- Heckman, J. J. (1998). Detecting discrimination. *Journal of Economic Perspectives*, 12(2), 101–16.
- Huff, D. (1954). *How to Lie with Statistics*. Penguin Books.
- Korenman, S. & Neumark, D. (1991). Does marriage really make men more productive? *The Journal of Human Resources*, 26(2), pp. 282–307.
- Lancaster, T. (2004). *An Introduction to Modern Bayesian Econometrics*. Blackwell Publishing.
- Munnell, A. H., Tootell, G. M. B., Browne, L. E., & McEneaney, J. (1996). Mortgage lending in boston: Interpreting HMDA data. *The American Economic Review*, 86(1), pp. 25–53.
- O'Neill, J. E. (2010). Washington's equal pay obsession: There's no epidemic of gender discrimination. So why is Congress proposing another law?
- O'Neill, J. E. & O'Neill, D. (2005). What do wage differentials tell us about labour market discrimination. Technical Report 11240, NBER Working Paper series.
- Poirier, D. J. (1995). *Intermediate Statistics and Econometrics: A Comparative Approach*. The MIT press.
- Tómasson, H. (2013). Some statistical illusions and the debate on discrimination. *Journal of Multidisciplinary Research*, 5(2), 23–33.

# Launaskrið og launa- misrétti kynja: Tölfræðileg blekking?

Helgi Tómasson

Á síðasta áratug var mikið rætt, bæði hérlendis og erlendis, um launaskrið. Í Svíþjóð var til dæmis talað um það eins og náttúruulög má að hækkan meðallauna væri tvöföld umsamin grunnkaupshækkan, þ.e. að þegar samið var t.d. um 3,5% almenna launahækkan væri hækkanin í reynd um 7%. Nýlega hefur finnskur hagfræðingur framkvæmt tölfræðilega athugun á launaskriði í Finnlandi á tímabilinu 1980-1992. Launahækkanir voru samkvæmt aðferðarfræði hagfræðingsins sundurliðaðar með tölfræðilegu líkani í almennar hækkanir, „strúktúr-breytingar“ og launaskrið. Með strúktúr-breytingum er átt við breytingar á atvinnuháttum og breytta samsetningu vinnumarkaðarins, s.s. hækkaní hlutfall menntafólks, breytta aldursamsetningu á vinnumarkaðinum o.þ.h.

Dæmi um launamun karla og kvenna eftir starfi, aldri og tign þar sem launakerfið var upphaflega látið vera hagstæðara konum



o.s.frv. Einnig getur verið að átt hafi sér stað neikvætt launaskrið á almenna markaðinum.

Ef ekki er tekið tillit til mikilvægra skýristærða eins og strúktúr-breytinga þegar meðaltalslaunahækkanir eru skoðaðar, eins og gert hefur verið að undanförunu, getur það leitt til villandi ályktana. Þessi tegund villu er vel þekkt og er t.d. kölluð Simpson-mótsögn (Dobson, 1992). Þessi tölfræðilega blekking kemur víða fyrir í ýmsum myndum. Sem dæmi má nefna að ef athugað væri samband reykinga og lungnakrabbameins án tillits til aldurs (aldursleiðrétt) gæti virst sem reykingar séu hættulegri körlum en konum. Það er vegna þess að þeir sem nú eru að fá krabbamein er fólk sem er komið á miðjan aldur og af kynslóð þegar ekki tíðkaðist að konur reyktu í sama mæli og karlar. Reykjandi konur nútímans eru (miðað við karla) ungar og enn að byggja upp sitt krabbamein.

ingu frekar hefur ofanritaður búið til dæmi um laun karla og kvenna. Gert er ráð fyrir að til staðar séu 24 mælingar á 12 körlum og 12 konum. Í ímynduðu launakerfi eru tvö störf, tveir aldursflokkar og viðkomandi eru annaðhvort undirmenn eða yfirmenn. Breytumar eru því laun, kyn, aldur og tign. Launin ákvæðast skv. eftirfarandi samböndum (tölur eru í þúsundum króna):

- (1)  $Laun\ kvenna = 50 + (20 \cdot starf) + (40 \cdot aldur) + (50 \cdot tign) + (10 \cdot starf \cdot aldur)$
- (2)  $Laun\ karla = 50 + (20 \cdot starf) + (40 \cdot aldur) + (50 \cdot tign) + (10 \cdot starf \cdot aldur) - 5$

Eins og sést eru laun karla og kvenna ákvæðuð með sama hætti í þessu dæmi nema að því leyti að frá launum karla eru dregnar 5 þúsund krónur. Enn fremur sést að um 20 þúsund króna launamunur er á störfum, um 50 þúsund króna munur eftir því hvort um yfirmann eða undir-

gender	occupation	age	seniority	wages
1	1	1	1	165
1	1	1	1	165
1	1	1	1	165
1	1	1	0	115
1	0	1	0	85
1	0	1	0	85
1	0	1	0	85
1	1	0	1	115
1	1	0	0	65
1	1	0	0	65
1	0	1	0	85
1	0	0	0	45
0	0	0	0	50
0	0	0	0	50
0	0	0	0	50
0	0	0	0	50
0	0	1	0	90
0	0	1	0	90
0	0	0	0	50
0	0	0	0	50
0	0	1	0	90
0	1	1	0	120
0	1	0	1	120
0	1	0	0	70

Tafla : Data for illustrative examples.



# Spurningar

## Discussion Questions

1. It should be clear that affirmative action is not free. Is it possible to do a cost-benefit analysis of affirmative action?
2. How widespread are the statistical fallacies described in the text in scientific work?
3. The equal-pay equal-rights industry employs how many?
4. Do politicians use statistical illusions to buy votes?

# Lokasetningin

A probable cure for the debate might be, more cooperation across academic fields. Ordinary statistical work has to become more respected and rewarded among professionals in econometrics and statistics and other groups have to be more open to accepting statistical advice.