

## Gróf svör við prófi í tölfræði II, 14. desember 2005

1.

$$f(y) = \frac{c}{y^{\alpha+2}} \quad c = \alpha + 1$$

2. (Mjög líkt einu heimadæmanna)

$$\hat{\alpha}_{MLE} = \frac{-n}{\sum_{i=1}^n \log(x_i)} - 1 \quad \hat{\alpha}_{MM} = \frac{2\bar{x} - 1}{1 - \bar{x}}$$
$$I_n(\alpha) = \frac{n}{(\alpha + 1)^2}$$

Auðvelt er að sjá að  $Y = -\log(X)$  er exponential dreift með meðaltal  $1/\alpha$  Því er  $\sum_{i=1}^n Y_i$  gamma dreifð. MLE-metillinn er því (sköluð með  $n$ ) inverse-gamma dreifð hending að frádregnum 1. Í stórum úrtökum má gera ráð fyrir að dreifing  $\hat{\alpha}_{MLE}$  sé lík  $N(\alpha, \frac{(\alpha+1)^2}{n})$ . Samkvæmt Cramer-Rao ójöfnu er má reikna með að staðalfrávik unbiased metils verið stærra en  $\sqrt{\frac{(\alpha+1)^2}{n}}$

3.

$$l(\alpha) = \log(L(\alpha|x_1, \dots, x_n)) = n\log(\alpha + 1) + \alpha \sum_{i=1}^n \log(x_i)$$
$$\log(LR) = -2 * (l(\hat{\alpha}|H_0) - l(\hat{\alpha}|H_1))$$
$$l(1) = 0 \quad l(\hat{\alpha}_{MLE}) = n\log(\hat{\alpha}_{MLE} + 1) + \hat{\alpha}_{MLE} \sum_{i=1}^n \log(x_i)$$

4.  $plim(Y_n) = X$  og þar með einnig samleitinn í dreifingu.

5. Lausleg endursögn, e.t.v. með mynd.

6. Eins og heimadæmi. Hér er það sem máli skiptir forsendan um einsdreifni. Annar metillinn er *OLS* hinn er bestur miðað við ákveðið form af misdreifni.

7. White-noise, random-walk,  $x_0$ ,  $t$ , Nei! og svo þrjár myndir.

8. Maður vill reikna skewness og kurtosis. Slíkt getur komið að gagni þegar álykta á um hvort hending fylgi normaldreifingu.

9. Endursögn úr kafla 12 í Thomas

10. Þetta er dæmið á blaðsíðu 429 til 430 í Thomas. Hér er verið að nota augmented-Dickey-Fuller próf og Lagrange-multiplier próf fyrir sjálffylgni. Rannsakandinn endar á að vera með error-correction líkan þar sem hann er búinn að réttlæta fyrir sér að langtímasamband milli breytanna sé til. Hér þarf að ADF próf sé framkvæmt, að huga þurfi að hugsanlegri sjálffylgni í ADF aðhvarfsjöfnunum, LM próf notuð og að ADF prófið virðist gefa co-integration til kynna og þar með réttlætt ECM líkanformið.