Viðskipta- og Hagfræðideild **Tölfræði II, fyrirlestur 10**
Háskóli Íslands **Helgi Tómasson**

Kafli 13-15 í Thomas

- K. 13 Non-stationary tímaraðir. Hvað þýðir stationary/non-stationary?
- Helstu hugtök og eiginleikar þeirra:
  1. Tímaröð(time-series) = mæling á slembi-ferli (stochastic-process) í discrete tíma.
  2. Weak stationarity=Covariance-stationarity=wide-sense stationarity.
  3. Grundvallar viðmiðunarferli, white-noise, random-walk, random-walk með drift.
  4. MA-ferli alltaf stationary, AR-ferli stundum stationary.
  5. AR, MA og ARMA lýsa skammtímaeiginleikum. AR(k) líkan:

     $$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \cdots + \phi_k X_{t-k} + u_t$$
     $$\Updownarrow$$
     $$\Phi(L)X_t = u_t$$
     $$\Phi(z) = 1 - \phi_1 z - \cdots - \phi_k z^k$$

     AR(k) ferli er stationary ef rætur $\Phi(z)$ eru utan einingahrings. Þ.e. $\Phi(z) \neq 0$ ef $|z| \leq 1$.
  6. Ef rætur $\Phi(z)$ eru komplexar þá er það vísbending um sveiflukennda hegðun. Dæmi:

     $$X_t = \frac{1}{2}X_{t-1} - \frac{1}{4}X_{t-2} + u_t$$
     $$\Phi(z) = 1 - \frac{1}{2}z + \frac{1}{4}z^2 \quad \Phi(z) = 0 \quad \text{ef } z = 1 \pm i\sqrt{3}$$

     Ef byrjað er með x_{-1} og x_0 og öll $u_t = 0$ þá deyja sveiflurnar hratt út því að ræturnar eru utan einingahringsins. Ef við hefðum ræturnar nákvæmlega á einingahringnum, komplexar rætur og öllu $u_t = 0$ þá er ferlið í eilífri sveiflu:

     $$\Phi(z) = (1 + z^2) \quad \Phi(z) = 0 \text{ ef } z = \pm i$$
     $$X_t = -X_{t-2} + u_t$$

- ECM=Error-correction-módel. Hugmyndin að tengja saman skammtímaþróun og langtímajafnvægi.
- Vandamál: Er til ECM framsetning á sambandi hagstærða?
- Ef unnið er með non-stationary raðir og regression þá gildir ekki hefðbundin ályktunarfræði. Þ.e.
  1. Úrtaksdreifing t-gildis fyrir parameter stefnir ekki á t-dreifingu
  2. Úrtaksdreifing F-gildis fyrir parametra (fleirtala) stefnir ekki á F-dreifingu.
- Þess vegna er mikil hætta á grófri villu í data-mining.
- Granger-representation theorem gefur: I(1) raðir co-integreraðar ef og aðeins ef til er ECM framsetning af tengslum raða.
- Röð, X_t er I(1) ef:

$$\Delta X_t = X_t - X_{t-1} \quad \text{er stationary}$$

- Í leitinni að ECM líkani þarf því að álykta um hvort röð sé I(1). Þetta er framkvæmt bæði með
  1. óformlega með því að teikna myndir af auto-correlation falli.
  2. formlega með tölfræðiprófum (hér þarf að skilja algerlega hvað H_0 er, hvað H_1 er og hvað það þýðir að hafna H_0)

- Box-Jenkins lögðu til óformlegar aðferðir (upp úr 1970)
- Dickey-Fuller lögðu til að skoða:

  $$X_t = \alpha + \phi X_{t-1} + u_t$$

  og prófa kenninguna $H_0 : \phi = 1$.
- Ef beitt er venjulegri regression og ϕ metið með:

  $$\hat{\phi} = \frac{\sum(X_t - \bar{X})(X_{t-1} - \bar{X})}{\sum(X_{t-1} - \bar{X})^2}$$

- t-gildi fyrir prófið $H_0 : \phi = 1$ er:

  $$t = \frac{\hat{\phi} - 1}{s_{\hat{\phi}}}$$

- DF setja þetta upp með því að meta:

  $$\Delta X_t = \alpha + \phi^* X_{t-1} + u_t$$

  og prófa $H_0 : \phi^* = 0$. Hér þarf að gæta að því að t-prófstærðin fylgir ekki t-dreifingu þegar H_0 er rétt. Dreifingin í töflu 14.1 í bók er fengin með hermun (MC).
- Til að þessi tafla gildi þarf að huga að eiginleikum u_t. Ef u_t er white-noise þá er þetta í lagi. Ef um er að ræða frávik frá white-noise þarf að leiðrétta fyrir slíku.
- Einföld leiðrétting er að ná skammtímadýnamik burt með því að bæta AR-lið við:

  $$\Delta X_t = \alpha + \phi^* X_{t-1} + \underbrace{\phi_1^* \Delta X_{t-1} + \cdots + \phi_r^* \Delta X_{t-r}}_{\text{skammtímaáhrif}} + u_t$$

  t-tildið fyrir ϕ^* er kallað ADF-t-gildið. Tölfur hafa verið búnar til með hermunum.

- Áberandi eigileiki tímaraða er trend (leitni). Það á að gera greinarmun á:

$$\Delta X_t = \alpha + u_t$$
$$\text{og } X_t = \alpha + \beta t + u_t$$

  Ef röð upfyllir fyrri jöfnuna er talað um difference-stationary röð (DS), ef röð uppfyllir seinni jöfnuna er talað um að trend-stationary (TS) röð.

- Það er eðlilegt að vilja greina þetta og meta:

$$\Delta X_t = \alpha + \beta t + \phi^* X_{t-1} + u_t$$

  og prófa síðan:

$$H_0 : \beta = \phi^* = 0$$

  Eðlilegt er að reikna hér F-gildi (sbr. hagrannsóknir I) en athuga að ef H_0 er rétt þá er F-prófstærðin í þessu líkani ekki F-dreifð. Nauðsynlegt að herma dreifinguna og fá út töflu 14.2 á bls. 411. (Það gengur ekki að nota aðferðirnar sem sagt er frá í Spanos)

- Það eru ekki öll non-stationary ferli unit-root. En unit-root ferlin eru nægilega stór flokkur af ferlum til að vera áhugaverður.

- Skoðið dreifingarnar sem hafa verðið hermaðar í lok kafla 14.

- Í kafla 15 er verið að fjalla um hvernig maður tengir saman tvær hagstærðir sem mældar eru yfir tíma. Þar er tekið dæmi um neyslu og tekjur

- Hugmyndin er að stærðinar X_t og Y_T myndi jafnvægi:

$$Y - \beta X - \text{fasti} = 0$$

- Mælt frávik verður aldrei 0, svo að í hagrannsóknum er sett stationary-ferli með meðaltal 0 í staðinn.

- Spurningar: Er jafnvægið fyrir hendi? Ef svo er hvernig á að lýsa sambandinu.

- Aðferðafræðin gengur út á að reyna að finna co-integrating samband.

- Byrjað á að meta co-integrating regression og skoða frávikin. Það þarf að spyrja hvort frávikin virðist stationary. Hér eru notuð einhvers konar unit-root próf svipað og í kafla 14 en notaðar aðrar töflur. Af hverju eru notaðar aðrar töflur?

- Það er í bókinn öðru hvoru verið að tala um samband tekna og neyslu. Það eru notuð bresk gögn. Takið eftir þróuninni í sögunni. Menn vilja athuga hugsanlegt jafnvægissamband tekna og neyslu. Það er metið líkan.

- Fyrstu útkomur benda til þess að hugsanlega sé um ræða.

- Rannsakendur vita (sbr. kafla 12 í Thomas) að þeir fá omitted variable bias ef þeir taka ekki alla mikilvæga þætti með í líkan. Þess vegna taka þeir fleiri tafir með.

- Þá standa þeir frammi fyrir því að þær vísbendingar sem þeir höfðu áður dofna.

- Síðan reyna þeir að álykta um co-integrating samband og fá ekki afgerandi niðurstöðu.

- Þess vegna er eins og svo oft í hagrannsóknum, skilaboðin frá gögnunum ekki alveg skýr.

$e_t = y_t - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_t$

ECM form

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \underbrace{\sum \alpha_j \Delta y_{t-j} + \sum \delta_j \Delta x_{t-j}}_{\text{skammtímadýnamik}} + \underbrace{\gamma e_{t-1}}_{\text{ECM}} + u_t$$