

6. desember 2002, 13.30-16.30.

Leyfileg hjálpargögn: Allir dauðir hlutir.

Rökstyðjið öll svör og gerið grein fyrir forsendum. Þar sem til teljið vanta forsendur gefið ykkur það sem þið teljið nauðsynlegt.

1. Gefið er eftirfarandi tvívítt þéttifall:

$$f(x, y) = 2x \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1$$

Reiknið $P(X^2 < Y < X)$.

2. Gefið er tvívítt þéttifall:

$$f(x, y) = 2(1 - y) \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1$$

Finnið dreifingu $V=XY$.

3. Gefið er random úrtak X_1, \dots, X_n úr dreifingunni:

$$f(x|\theta) = \theta x^{\theta-1} \quad 0 \leq x \leq 1 \quad 0 \leq \theta < \infty$$

Finnið a) MLE metil fyrir θ , b) method-of-moment metil fyrir θ .

4. Skýrið hvers vegna þýðingin, „metill hámarkslíkinda” er varasöm þýðing á hugtakinu, „maximum-likelihood estimator”.

5. Gefið er random úrtak, X_1, \dots, X_n , úr Paretdreifingunni,

$$f(x|\theta) = \frac{\theta}{x^{\theta+1}} \quad \theta > 0, \quad x > 1$$

Finnið likelihood-ratio prófstærð fyrir kenningaprófunina $H_0 : \theta = 1$ gegn $H_1 : \theta \neq 1$.

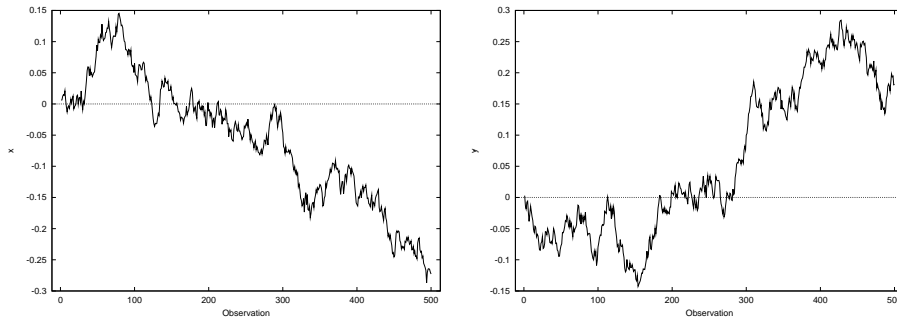
6. Breyturna x_t og y_t hafa verið mældar á 500 tímapunktum. Ferla mælinganna á sjá á mynd 1. Við höfum áhuga á hugsanlegum tenglum x_t og y_t og því hefur verið framkvæmd aðhvarfsgreining. Niðurstöður hennar eru sýndar í töflu 1. Tjáið ykkur um hugsanlegt samband breytanna.

7. Afgangslíðirnir í dæminu á undan \hat{u}_t voru athugaðir og eftirfarandi jafna var metin (staðalfrávik í svigum):

$$\Delta \hat{u}_t = \begin{matrix} -0.0003867+ & 7.74279E-07t+ & -0.02439\hat{u}_{t-1}+ & 0.05074\Delta\hat{u}_{t-1}+ & 0.05322 & \Delta\hat{u}_{t-2} \\ (0.00130) & (4.52833E-06) & (0.0102) & (0.0452) & (0.0453) & \end{matrix}$$

Hér er $\Delta \hat{u}_t = \hat{u}_t - \hat{u}_{t-1}$ og $t = 1, 2, 3, \dots$. F-prófstærðin fyrir kenninguna að stuðlarnir við \hat{u}_{t-1} og t séu samtímis 0 er 2.95. Hvernig var F-gildið reiknað? Skýrið hvers vegna einhverjum gæti dottið í hug að meta þessa jöfnu. Setjið fram þær kenningar sem hugsanlega er verið að athuga hér. Gefa þessar niðurstöður eitthvað til viðbótar við dæmið á undan? Er eitthvað annað sem hugsanlega ætti að reikna hér?

8. Skýrið þankaganginn í general-to-specific og specific-to-general líkanagerð og tengið við hugtakið „data-mining”.



Mynd 1: 500 mælingar á x og y.

Niðurstöður úr regression forriti: OLS mat sem byggir á 500 mælingum
Háð breyta: y

Variable	Coefficient	Std. Error	t-statistic	p-value
const	-0.00331	0.00338	-0.983	0.326
x	-1.023	0.0299	-35.28	0.000
Mean of dependent variable			0.0567	
S.D. of dependent variable			0.122	
Sum of squared residuals			2.119	
Standard error of residuals ($\hat{\sigma}$)			0.0652	
Unadjusted R^2			0.7143	
Adjusted \bar{R}^2			0.7137	
$F(1, 498)$			1244.93	
Durbin-Watson statistic			0.046	
First-order autocorrelation coeff. ($\hat{\rho}$)			0.979	

Tafla 1: Niðurstöður aðhvarfsgreiningar