

18. desember 2000, 14-18.

Leyfileg hjálpargögn: Allir dauðir hlutir.

Rökstyðjið öll svör og gerið grein fyrir forsendum. Þar sem til teljið vanta forsendur gefið ykkur það sem þið teljið nauðsynlegt.

1. Hendingin X fylgir $\chi^2(k)$ dreifingu. Finnið $E(X - E(X))^3$ og $E(X - E(X))^4$. Á hvað stefna þessar stærðir þegar $k \rightarrow \infty$?
2. Gerum ráð fyrir að X sé 3-víð normal hending.

$$X \sim N\left(\begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{12} & \sigma_3^2 \end{bmatrix}\right)$$

Skrifið niður aðhvarsjöfnuna (regression) fyrir $E(X_1|X_2, X_3)$.

3. Ef X er eins og í dæmi 2 reiknið $E(X_1X_2|X_3)$ og $COV(X_1, X_2|X_3)$, (covaríans X_1 og X_2 gefið X_3)
4. Gerið grein fyrir helstu forsendum og eiginleikum aðferðar mesta sennileika (maximum-likelihood). Skýrið hugtökin score, information og Cramer-Rao ójöfnu.
5. Skýrið hugsanaganginn í LR (likelihood-ratio) prófi og berið saman við Lagrange-multiplier (score test) og Wald próf.
6. Verðvísitala er mæld mánaðarlega í ýmsum löndum. Ef tekið er tímabilið 1970-2000 og reiknuð fylgni samtímagilda í Danmörku og Svíþjóð er 0.99. Hvað segir þetta um tengsl verðlags í þessum tveim löndum?
7. Ef Z er stöðluð normalhending, skilgreinið $X = \max(|Z|, 1/|Z|)$. Hvaða gildi getur X tekið? Finnið dreifingu X .
8. Skýrið tilgang og notkun Dickey-Fuller prófs.
9. Ef X_1, \dots, X_n random úrtak úr $U(\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2})$, finnið method of moment metill fyrir θ . Reiknið varians (dreifni) metilsins. Berið eiginleika method of moment metilsins saman við eftirfarandi metil og túlkið.

$$\hat{\theta} = (\max(X_1, \dots, X_n) + \min(X_1, \dots, X_n))/2$$

10. Skýrið þankaganginn í general-to-specific og specific-to-general líkanagerð og tengið við hugtakið „data-mining“.