Svör við prófi í tölfræði II 16. desember 2003.

1.

$$F_Y(y) = P(Y \leq y) = P(log(X) \leq y) = P(X \leq e^y) = 1 - \frac{x_0^\alpha}{e^{\alpha y}}$$

$$f_Y(y) = \alpha \frac{x_0^\alpha}{e^{\alpha y}}$$

2.

$$E(X) = \frac{\alpha}{\alpha - 1} x_0$$

Leysi jöfnuna $\bar{x} = E(X)$ og fæ:

$$\hat{\alpha}_{MM} = \frac{\bar{x}}{(\bar{x} - x_0)}$$

3. Þetta gátu flestir. Heimadæmið virðist hafa skilað sér.

4. Hér átti að nota „convergence in distribution" hugtakið og það að samleitni characteristisku fallarununar að markgildi sem er samfeld í 0 gefur characteristíska fall markgildisisns.

5. Athugið t.d. bls 394. í Spanos.

6. Þetta má t.d. skoða sem framhald á dæmi 5. Einnig ber að skoða dæmi á blaðsíðu 398 í Spanos. Einfaldast er að sýna þetta með hornréttri sundurliðun eins og í regression. T.d.

$$U = Y - E(Y|X)$$
$$V = E(Y|X) - E(Y)$$

Þá er $Y - E(Y) = U + V$. Síðan er reiknað $V(Y) = E(U+V)^2$:

$$E(U+V)^2 = E_X E_{Y|X}(U+V)^2 = E_X(V(Y|X)) + E_X V^2 \ldots$$

7. Gefið er að:

$$f(x) = fasti * x^{\beta_1 - 1}$$

fastinn er þannig að $\int_0^1 f(x)dx = 1$, þ.e. fasti$=\beta_1$. Því er log-likelihood fallið:

$$l(\beta_1 | x_1, \ldots x_n) = nlog(\beta_1) + (\beta_1 - 1)\sum_{i=1}^n log(x_i)$$

Þetta gefur að:

$$\hat{\beta}_{1,ML} = -\frac{n}{\sum_{i=1}^n log(x_i)}$$

og þegar $H_0 : \beta_1 = 1$ (X uniform) er prófuð þá er

$$log(LR) = log(L|H_0) - log(L|H_1) = 0 + nlog(\hat{\beta}_{1,ML}) + (\hat{\beta}_{1,ML} - 1)\sum_{i=1}^n log(x_i)$$

8. Endursögn

9. Endursögn

10. 1 og 3 virðast stationary, 2 virðist random-walk.