

16. desember 2003, 13.30-16.30.

Leyfileg hjálpargögn: Allir dauðir hlutir.

Rökstyðjið öll svör og gerið grein fyrir forsendum. Þar sem til teljið vanta forsendur gefið ykkur það sem þið teljið nauðsynlegt.

1. Gefið er að  $X$  fylgir Pareto dreifingu:

$$F(x) = 1 - \frac{x_0^\alpha}{x^\alpha} \quad 1 \leq x_0 \leq x$$

Finnið dreifingu  $Y = \log(X)$

2. Gefið er random úrtak  $(X_1, \dots, X_n)$  úr dreifingunni í dæmi 1. Leiðið út method-of-moment metil fyrir  $\alpha$ . Er sá metill að nýta upplýsingar á besta máta?
3. Skýrið Q-Q plot.
4. Segið frá sönnun á central-limit-theorem. Hvaða samleitnihugtök koma þar við sögu?
5. Gefin er tvívíð hendinga:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \sim N\left(\begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 \end{bmatrix}\right)$$

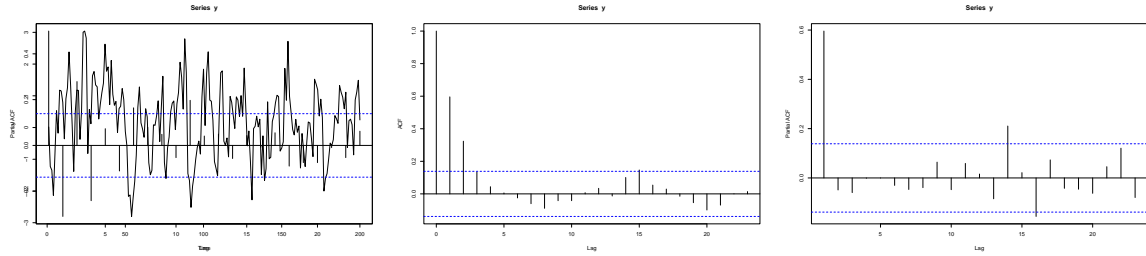
Finnið  $E(Y|X)$ ,  $E(X|Y)$ ,  $V(X|Y)$  og  $V(Y|X)$ .

6. Gefnar eru tvær hendingar,  $X$  og  $Y$ , þannig að  $E(X^2) < \infty$  og  $E(Y^2) < \infty$ . Gildir þá að:

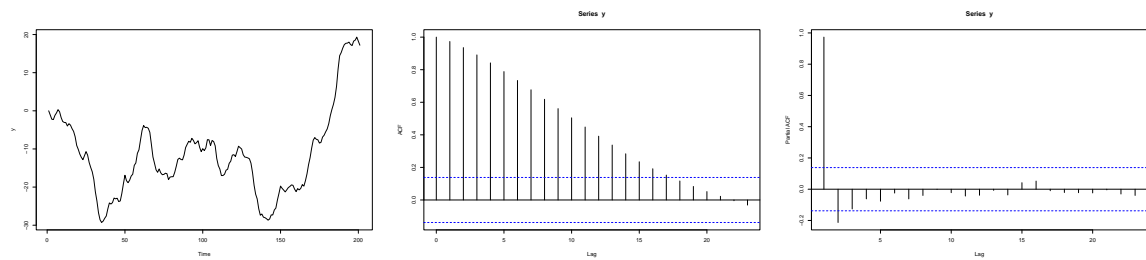
$$V(Y) = E(V(Y|X)) + V(E(Y|X))$$

Hvað breytist ef gefið er að  $X$  og  $Y$  séu óháðar?

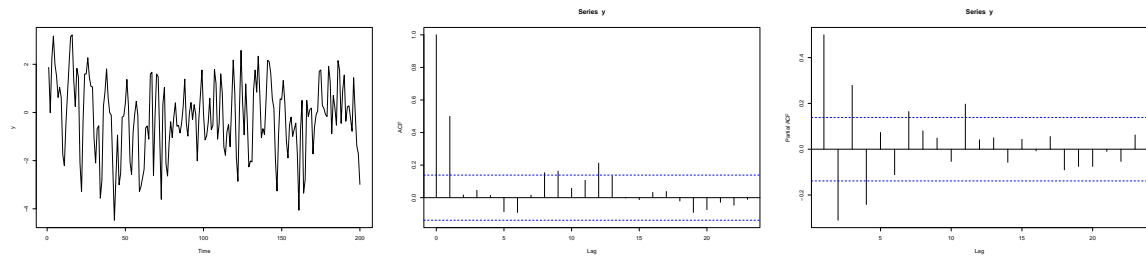
7. Gefið er random úrtak úr beta dreifingu,  $B(\theta_1, \theta_2)$ . Gefið er að  $\beta_2 = 1$ . Leiðið út likelihood-ratio prófstærð fyrir kenninguna  $H_0 : \beta_1 = 1$ .
8. Skýrið fyrirbærið „spurious regression“ þegar reiknuð er fylgni á milli tveggja tímaráða
9. Skýrið fyrirbærið data-mining og hvaða hættur það hefur í för með sér.
10. Á myndum 1, 2 og 3 er teiknaðar 3 tímaráðir af lengd 200 ásamt mati á sjálffylginfalli og hlutsjálffylgnifalli. Gefið rökstudda ágiskun um hvers konar ferli hafi getað búið til hverja röð. Gæti í einhverju tilfelli verið ástæða til að nota Dickey-Fuller próf?



Mynd 1: Röð 1, sjálffylgnifall og hlutsjálffylgnifall.



Mynd 2: Röð 2, sjálffylgnifall og hlutsjálffylgnifall.



Mynd 3: Röð 3, sjálffylgnifall og hlutsjálffylgnifall.