Hagfræðideild **Helgi Tómasson**
Háskóli íslands **Reikniffræði hagfræði og fjármála**
Vor 2010 **Dæmablað 7**

Skilið eftir páska.

1. Matlab æfing í Gibbs-sampling. Gengið er út frá random sampling úr normaldreifingu, $X_1, \ldots, X_n$ iid $N(\mu, \sigma^2)$. Gögnin eru $x_1, \ldots, x_n$. Líkan er því:

$$v = 1/\sigma^2,$$

$$f(x_1, \ldots, x_n|\mu, \sigma) \propto v^{n/2} \exp(-v \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 - nv(\bar{x} - \mu)^2/2),$$

Prior er:

$$f(\mu) \sim N(\mu_0, V_{mu}),$$
$$f(\mu) \propto \exp(-(\mu - \mu_0)^2/(2V_\mu)),$$
$$f(v) \sim gamma(a, b), \quad f(v) \propto v^{a-1} \exp(-v/b).$$

Því gildir að posterior er:

$$f(\mu, v|x_1, \ldots, x_n) \propto v^{n/2} \exp(-v \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2) \qquad (1)$$
$$\exp(-nv(\bar{x} - \mu)^2/2)$$
$$\exp(-(\mu - \mu_0)^2/(2V_\mu))$$
$$v^{a-1} \exp(-v/b).$$

Lítið á $\boldsymbol{\theta}' = (\theta_1, \theta_2)' = (\mu, \sigma^2)'$. Nú hefur $\mu|\sigma, \bar{x}$ þægilega dreifingu (normal) og $v = 1/\sigma^2|\mu, x_1, \ldots, x_n$ einnig (gamma). Með því að safna saman liðum í jöfnu (1), annars vegar með μ og fá formið
$\exp(-(\mu - b_\mu)^2/(2c))$ og þá vitum við að $\mu|v, \bar{x} \sim N(b_\mu, c)$ og hins

vegar liðum með v og þá fáum við
$v|\mu, \bar{x} \sim gamma(n/2 + a, (n(\bar{x} - \mu)^2/2 + 1/b)^{-1})$. Út á að koma að:

$$b_\mu = \frac{\mu_0 + nvV_\mu \bar{x}}{nvV_\mu + 1}$$
$$c = \frac{V_\mu}{nvV_\mu + 1}$$

Gefið ykkur byrjuargildi á σ og veljið μ úr viðeigandi dreifingu, $(f(\theta_{11}|\theta_{02}, x_1, \ldots, x_n)))$, þegar það μ er fengið haldið þá áfram og notið það til að velja σ úr $(f(\theta_{12}|\theta_{11}, x_1, \ldots, x_n))$. Endurtakið nokkur þúsund sinnum. Lýsið útkomunni myndrænt og með meðaltölum og staðalfrávikum.