Meira um long-memory

Helgi Tómasson
helgito@hi.is

6. febrúar 2024

- Það eru til nokkrir varíantar af hægt minnkandi sjálffylgniföllum.
- Fyrir þá sem kunna ARMA líkön er ARFIMA kannski auðskiljanlegast.
- Spektral-fallið er auðvelt og sjálffylgnifalliði fyrir ARFIMA(0,d,0) er auðvelt. Almennt er sjálffylgnifallið fyrir ARFIMA erfitt.
- Sowell, 1992 sýnir flóknar formúlur sem leysa það. Lausn fátækamannsins er að giska fyrst á d, taka það gisk sem gefið og giska á ϕ og θ, nota þau gisk til að giska aftur á d. Spektral-aðferðir fara framhjá þessum vanda.
- Fractional-gaussian-noise (fgn) er önnur nálgun (kíkjum betur á það þegar við ræðum kafla 6). Sjálffylgni-fallið er auðvelt:

$$Cov(Y_t, Y_{t+k}) = \frac{\sigma^2}{2}\left[(k+1)^{2H} + (k-1)^{2H} - 2k^{2H}\right]$$

- Analýtísk formúla fyrir spektur er erfiðari:

$$f(\lambda) =$$

$$2C_H(1-\cos(\lambda))(2\pi)^{-1-2H}\left[\zeta(1+2H,)1-\frac{\lambda}{2\pi}) + \zeta(1+2H, \frac{\lambda}{2\pi})\right]$$

$$C_H = \sigma^2(2\pi)^{-1}\Gamma(2H+1)\sin(\pi H), \quad \zeta(s,q) = \sum^{\infty}(j+q)^{-s}$$

- ζ, Huruwitz zeta fall er erfitt. Tímafrekt í útreikningi. Shi, Yu og Zhang, 2023 sýna ýmsar vangaveltur um matsaðferðir.
- Einnig hægt að einfaldlega krefjast þess að sjálffylgnifallið fylgi einhverjum tilteknum margliðum.
- Búið að útfæra þessar hugmyndir í R-pökkum.
- Dagsvik, Fortuna og Moen, 2020 skoða hitastig á veðurstöðvum víðsvegar um hnöttinn. Margar raðir, flestar mánaðarleg meðaltöl í ca. 200 ár. greinin gerir mikið úr matstækni.
- Dagsvik og Moen, 2023 reikna svipað. með nýrri gögnum. Þarna er einnig umræða um stóru climate-módelin (minnir mig á umræðu um stór haglíkön fyrir 40-50 árum.

Nálganir

- Long-memory líkön, erfið, bæði stærðfræðilega og reiknifræðilega.
- Þess vegna hafa menn notað ýmsar nálganir. Sørbye, Myrvoll-Nilsen og Rue, 2019 og Haldrup og Vera Valdés, 2017 stinga upp á að nota dæmi frá Granger, t.d. Granger og Joyeux, 1980 um að long-memory geti auðveldlega myndast sem summa margra AR(1) með mismunandi stuðla. Granger stakk upp á að stuðlarnir gætu verið beta-dreifðir og notaði spektral rök. Hugmynd þeirra er því að nálga ferlið með summu nokkurra AR(1).

Heimildir

Dagsvik, J. K., M. Fortuna og S. H. Moen (jún. 2020). “How does temperature vary over time?: evidence on the stationary and fractal nature of temperature fluctuations”. Í: *Journal of the Royal Statistical Society Series A* 183.3, bls. 883–908. DOI: 10.1111/rssa.12557. URL: https://ideas.repec.org/a/bla/jorssa/v183y2020i3p883-908.html.

Dagsvik, J. K. og S. H. Moen (sep. 2023). *To what extent are temperature levels changing due to greenhouse gas emissions?* Oslo : Statistics Norway, Research Department.

Granger, C. og R. Joyeux (jún. 1980). “An Introduction to Long Memory Time Series Models and Fractional Differencing”. Í: *Journal of Time Series Analysis* 1, bls. 15–29. DOI: 10.1111/j.1467-9892.1980.tb00297.x.

Haldrup, N. og J. E. Vera Valdés (2017). “Long memory, fractional integration, and cross-sectional aggregation”. Í: *Journal of Econometrics* 199.1, bls. 1–11. ISSN: 0304-4076. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2017.03.001. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/

Um Bayesisma, kafli 12

- Hvað þýða líkur? Hefðbundin kennsla,mælikvarði á tíðni,Bayesismi, líka mælikvarði á vissu.
- Í Bayesisma eru fordómar leyfðir (skylda?). Maður setur frama „a priori" um óþekktan parameter, safnar gögnum og reiknar „a posteriori" dreifingu.
- Priorinn eru fordómarnir, posteriorinn er vissan í ljósi gagna.

Einfalt dæmi

- Gerum ráð fyrir random úrtaki, $X_1, \ldots, X_n$ þar sem $P(X_i = 1) = \theta$ og $P(X_i = 0) = 1 - \theta$. Mælingarnar eru $x_1, \ldots, x_n$. (Krónukast)
- Fyrirfram vissa um θ er beta-dreifð, Beta(a,b), þ.e:

$$\pi(\theta) \propto \theta^{a-1}(1-\theta)^{b-1}$$

- Sennileikafallið (likelihood) er því:

$$L(\theta|x_1, \ldots, x_n) \propto \theta^{n\bar{x}}(1-\theta)^{n(1-\bar{x})}$$

- Posterior fæst með reglu Bayes:

$$\pi(\theta|x_1, \ldots, x_n) \propto L(\theta|x_1, \ldots, x_n)\pi(\theta) =$$
$$\theta^{n\bar{x}}(1-\theta)^{n(1-\bar{x})}\theta^{a-1}(1-\theta)^{b-1} =$$
$$\theta^{n\bar{x}+a-1}(1-\theta)^{n(1-\bar{x})+b-1} = Beta(n\bar{x}+a, n(1-\bar{x})+b)$$

Hvað gerðist?

- Vissan um eðli krónupeningsins fór úr einni beta-dreifingu í aðra.
- Athugið hvað væntanlegt gildi varíans beta-dreifingar er og berið saman við þekkta estimatora.
- Hvers vegna var þetta svona einfalt?
- Það er af því að líkanið og priorinn passa vel saman, eru conjugate-par. Öll líkön úr exponential family hafa conjugate prior. Margir eru þægilegir.
- Í flóknum líkönum er form posterior dreifingar ekki þægileg formúla.
- Þess vegna eru notaðar hermanir,þ.e. úrtak tekið úr posterior til að fá mynd af því hvað posteriorinn er að segja.
- Líkindafræði um Markov-keðjur hentug (MCMC).