# Kosningaspá og aðferðir fjármálatölfræði

Helgi Tómasson
helgito@hi.is

8. maí 2007

Á síðustu árum hafa fræðin um samfelld slembiferli markað sér sess sem hornsteinn nútíma fjármálafræði. Brownhreyfingin er grundvallarhugtak sem lýsir hreyfingu minnislausrar eindar. Brown {1827} notaði þetta hugtak til að lýsa hreyfimynstri baktería, Bachelier {1900} notaði þetta til að lýsa óspáanleika á fjármálamörkuðum og Einstein {1905} notað það til að lýsa hreyfingu mólekúla og atóma. Í þessum fyrirlestri er lesið úr skoðanakönnunum Fréttablaðsins með sams konar gleraugum. Ráfi fólks milli stjórnmálaflokka er lýst með margvíðri Brown-hreyfingu og gögn úr skoðanakönnunum túlkuð sem „noisy" mælingar á margvíðri Brown-hreyfingu. Stikar Brown-hreyfingarinnar eru metnir með aðferð mesta sennileika (maximum-likelihood). Niðurstöður má t.d. nota til að giska á hvaða áhrif það hefði að óákveðnum fækkaði úr 40% í 20%.

**Leiðrétting** Brown {1827} vann með frjókorn og Einstein {1905} með litlar agnir.

**Leiðrétting** Brown {1827} vann með frjókorn og Einstein {1905} með litlar agnir. Kjarni málsins er að þeir lýstu stærðfræðilegu hugtaki sem líkani á fyrirbærum sem þeir voru að fást við.

- Hugtakið sem þeir fengust við var Brown-hreyfing (Wiener-ferli)
- Þeir þurftu einhvern formalisma til að lýsa óspáanlegri ferð agnar eftir samfelldri braut.

**Leiðrétting** Brown {1827} vann með frjókorn og Einstein {1905} með litlar agnir. Kjarni málsins er að þeir lýstu stærðfræðilegu hugtaki sem líkani á fyrirbærum sem þeir voru að fást við.

- Hugtakið sem þeir fengust við var Brown-hreyfing (Wiener-ferli)
- Þeir þurftu einhvern formalisma til að lýsa óspáanlegri ferð agnar eftir samfelldri braut.
- Brownhreyfing (stöðluð), $B(t)$, hefur eftirfarandi eiginleika:

$$E(B(t)|B(s)) = B(s)$$
$$B(t_4) - B(t_3) \text{ óháð } B(t_2) - B(t_1) \quad t_1 < t_2 < t_3 < t_4$$
$$B(t) \text{ samfelldur ferill}$$
$$V(B(t)) = t \text{ óvissa vex með } t$$

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Brownhreyfingin er sköluð með $\sigma$, sem lýsir skrefstærð hreyfingarinnar.

$$\sigma B(t)$$

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Brownhreyfingin er sköluð með $\sigma$, sem lýsir skrefstærð hreyfingarinnar.

$$\sigma B(t)$$

- Hreyfimynstri, $X(t)$ í tíma er lýst með stochstic-differential-equation, slembinni diffurjöffnu:

$$dX(t) = \underbrace{\mu(X(t), t)dt}_{A} + \underbrace{\sigma(X(t), t)dB(t)}_{B}$$

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Brownhreyfingin er sköluð með $\sigma$, sem lýsir skrefstærð hreyfingarinnar.

$$\sigma B(t)$$

- Hreyfimynstri, $X(t)$ í tíma er lýst með stochstic-differential-equation, slembinni diffurjöffnu:

$$dX(t) = \underbrace{\mu(X(t), t)dt}_{A} + \underbrace{\sigma(X(t), t)dB(t)}_{B}$$

- Hér stendur $A$ fyrir fyrirsjáanlega breytingu og $B$ fyrir ófyrirsjáanlega breytingu.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Merton og Scholes fengur Nóbelsverðlaun í hagfræði fyrir að beita þessum hugtökum við verðlagningu í fjármálum.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Merton og Scholes fengur Nóbelsverðlaun í hagfræði fyrir að beita þessum hugtökum við verðlagningu í fjármálum.
- Alþekkt er Black-Scholes formúlan. Þar er gengið út frá því að $\mu(X(t), t) = \mu X(t)$ og að $\sigma(X(t), t) = \sigma X(t)$.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Merton og Scholes fengur Nóbelsverðlaun í hagfræði fyrir að beita þessum hugtökum við verðlagningu í fjármálum.
- Alþekkt er Black-Scholes formúlan. Þar er gengið út frá því að $\mu(X(t), t) = \mu X(t)$ og að $\sigma(X(t), t) = \sigma X(t)$.
- Það kemur í ljós að áhugaverða stærðin hér er $\sigma$.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Merton og Scholes fengur Nóbelsverðlaun í hagfræði fyrir að beita þessum hugtökum við verðlagningu í fjármálum.
- Alþekkt er Black-Scholes formúlan. Þar er gengið út frá því að $\mu(X(t), t) = \mu X(t)$ og að $\sigma(X(t), t) = \sigma X(t)$.
- Það kemur í ljós að áhugaverða stærðin hér er $\sigma$.
- Í öðru þekktu fjármálalíkani CAPM er áherslan líka á $\sigma$-ur.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Merton og Scholes fengur Nóbelsverðlaun í hagfræði fyrir að beita þessum hugtökum við verðlagningu í fjármálum.
- Alþekkt er Black-Scholes formúlan. Þar er gengið út frá því að $\mu(X(t), t) = \mu X(t)$ og að $\sigma(X(t), t) = \sigma X(t)$.
- Það kemur í ljós að áhugaverða stærðin hér er $\sigma$.
- Í öðru þekktu fjármálalíkani CAPM er árherslan líka á $\sigma$-ur.
- Eitt aðalverkefni fjármálatölfræði er því að giska á $\sigma$ út frá mælingum.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Merton og Scholes fengur Nóbelsverðlaun í hagfræði fyrir að beita þessum hugtökum við verðlagningu í fjármálum.
- Alþekkt er Black-Scholes formúlan. Þar er gengið út frá því að $\mu(X(t), t) = \mu X(t)$ og að $\sigma(X(t), t) = \sigma X(t)$.
- Það kemur í ljós að áhugaverða stærðin hér er $\sigma$.
- Í öðru þekktu fjármálalíkani CAPM er árherslan líka á $\sigma$-ur.
- Eitt aðalverkefni fjármálatölfræði er því að giska á $\sigma$ út frá mælingum.
- Spurning dagsins: Hvernig á að velja $\sigma$ föll í skoðanakönnunum

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Merton og Scholes fengur Nóbelsverðlaun í hagfræði fyrir að beita þessum hugtökum við verðlagningu í fjármálum.
- Alþekkt er Black-Scholes formúlan. Þar er gengið út frá því að $\mu(X(t), t) = \mu X(t)$ og að $\sigma(X(t), t) = \sigma X(t)$.
- Það kemur í ljós að áhugaverða stærðin hér er $\sigma$.
- Í öðru þekktu fjármálalíkani CAPM er árherslan líka á $\sigma$-ur.
- Eitt aðalverkefni fjármálatölfræði er því að giska á $\sigma$ út frá mælingum.
- Spurning dagsins: Hvernig á að velja $\sigma$ föll í skoðanakönnunum
- $\sigma$ er stundum kallað flökt(volatility, diffusion). Vil meta flokkaflökt.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Nálgun eftirfarandi

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Nálgun eftirfarandi
- Grunneiginleikar talningardreifinga
- Skilyrt ályktun

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Nálgun eftirfarandi
- Grunneiginleikar talningardreifinga
- Skilyrt ályktun
- Dæmi um gögn: skoðanakannanir Fréttablaðsins 2003-2007.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Nálgun eftirfarandi
- Grunneiginleikar talningardreifinga
- Skilyrt ályktun
- Dæmi um gögn: skoðanakannanir Fréttablaðsins 2003-2007.
- Hvernig á að meðhöndla óákveðna?

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Nálgun eftirfarandi
- Grunneiginleikar talningardreifinga
- Skilyrt ályktun
- Dæmi um gögn: skoðanakannanir Fréttablaðsins 2003-2007.
- Hvernig á að meðhöndla óákveðna?
- Tímaraðalíkön, diffurjöfnur, state-space líkön.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Nálgun eftirfarandi
- Grunneiginleikar talningardreifinga
- Skilyrt ályktun
- Dæmi um gögn: skoðanakannanir Fréttablaðsins 2003-2007.
- Hvernig á að meðhöndla óákveðna?
- Tímaraðalíkön, diffurjöfnur, state-space líkön.
- Ýmis hugtök og aðferðafræði er skýrð nánar í Tómasson {2005}

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Nálgun eftirfarandi
- Grunneiginleikar talningardreifinga
- Skilyrt ályktun
- Dæmi um gögn: skoðanakannanir Fréttablaðsins 2003-2007.
- Hvernig á að meðhöndla óákveðna?
- Tímaraðalíkön, diffurjöfnur, state-space líkön.
- Ýmis hugtök og aðferðafræði er skýrð nánar í Tómasson {2005}
- Glærur, gögn og uppfærsla eftir síðustu könnun Fréttablaðs fyrir kosningar 2007 má fá á http://www.hi.is/~helgito/daegurmal.html.

| Dag | Mán | Ár | B | D | F | S | U | Ó |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 1 | 2003 | 39 | 144 | 8 | 153 | 43 | 211 |
| 13 | 1 | 2003 | 47 | 167 | 14 | 165 | 29 | 177 |
| 20 | 1 | 2003 | 43 | 141 | 8 | 141 | 27 | 242 |
| 27 | 1 | 2003 | 49 | 132 | 15 | 132 | 34 | 241 |
| 3 | 2 | 2003 | 61 | 142 | 15 | 125 | 40 | 214 |
| 10 | 2 | 2003 | 39 | 120 | 12 | 176 | 44 | 209 |
| 17 | 2 | 2003 | 44 | 153 | 7 | 157 | 28 | 210 |
| 24 | 2 | 2003 | 58 | 147 | 12 | 157 | 32 | 194 |
| 3 | 3 | 2003 | 48 | 148 | 9 | 145 | 33 | 217 |
| 10 | 3 | 2003 | 39 | 141 | 19 | 145 | 54 | 199 |

Tafla: Form gagna

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Dæmi um líkindadreifingar fyrir talningargögn eru Poisson-dreifing, Binomial-dreifing, Negativ-bionomial dreifing.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Dæmi um líkindadreifingar fyrir talningargögn eru Poisson-dreifing, Binomial-dreifing, Negativ-bionomial dreifing.
- Einkenni á slíkum dreifingum er að varíans og væntanlegt gildi eru tengd.

$$\text{Fyrir Poisson } E(X) = V(X) = \lambda,$$
$$\text{Fyrir binomial } E(X) = np, \quad V(X) = np(1-p)$$

- Oft virðist í gögnum að mældur breytileiki sé stærri en það sem fræðin segja. T.d. virðist í slysatíðni oft sem $V(X) = \alpha E(X)$ þar sem $\alpha > 1$.

## Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Dæmi um líkindadreifingar fyrir talningargögn eru Poisson-dreifing, Binomial-dreifing, Negativ-bionomial dreifing.
- Einkenni á slíkum dreifingum er að varíans og væntanlegt gildi eru tengd.

$$\text{Fyrir Poisson } E(X) = V(X) = \lambda,$$
$$\text{Fyrir binomial } E(X) = np, \quad V(X) = np(1-p)$$

- Oft virðist í gögnum að mældur breytileiki sé stærri en það sem fræðin segja. T.d. virðist í slysatíðni oft sem $V(X) = \alpha E(X)$ þar sem $\alpha > 1$.
- Slík $\alpha$ er kallað „overdispersion" og er nauðsynlegt að meta til að forðast ýkjukenndar ályktanir um nákvæmni.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Dæmi um líkindadreifingar fyrir talningargögn eru Poisson-dreifing, Binomial-dreifing, Negativ-bionomial dreifing.
- Einkenni á slíkum dreifingum er að varíans og væntanlegt gildi eru tengd.

$$\text{Fyrir Poisson } E(X) = V(X) = \lambda,$$
$$\text{Fyrir binomial } E(X) = np, \quad V(X) = np(1-p)$$

- Oft virðist í gögnum að mældur breytileiki sé stærri en það sem fræðin segja. T.d. virðist í slysatíðni oft sem $V(X) = \alpha E(X)$ þar sem $\alpha > 1$.
- Slík $\alpha$ er kallað „overdispersion" og er nauðsynlegt að meta til að forðast ýkjukenndar ályktanir um nákvæmni.
- Stundum á „overdispersion" sér eðlilegar skýringar. Hér er hugmyndin að líta á overdispersion sem vísbendingu um þróun í tíma.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Multinomial-dreifing er útvíkkun á binomial dreifingu, þ.e. það eru margir kostir í boði.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Multinomial-dreifing er útvíkkun á binomial dreifingu, þ.e. það eru margir kostir í boði.
- Um multinomial-dreifingu vitum við eftirfarandi:

$$E(\mathbf{N}) = n\mathbf{p}, \quad V(N_i) = np_i(1-p_i), \quad Cov(N_i, N_j) = -np_ip_j$$
$$\text{eða}$$
$$E(\mathbf{N}/n) = \mathbf{p}, \quad V(N_i) = p_i(1-p_i)/n, \quad Cov(N_i, N_j) = -p_ip_j/n$$

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Multinomial-dreifing er útvíkkun á binomial dreifingu, þ.e. það eru margir kostir í boði.
- Um multinomial-dreifingu vitum við eftirfarandi:

$$E(\mathbf{N}) = n\mathbf{p}, \quad V(N_i) = np_i(1-p_i), \quad Cov(N_i, N_j) = -np_ip_j$$

$$\text{eða}$$

$$E(\mathbf{N}/n) = \mathbf{p}, \quad V(N_i) = p_i(1-p_i)/n, \quad Cov(N_i, N_j) = -p_ip_j/n$$

- Raða þessu upp í fylki og kalla $\Sigma_{MN}$.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Multinomial-dreifing er útvíkkun á binomial dreifingu, þ.e. það eru margir kostir í boði.
- Um multinomial-dreifingu vitum við eftirfarandi:

$$E(\mathbf{N}) = n\mathbf{p}, \quad V(N_i) = np_i(1-p_i), \quad Cov(N_i, N_j) = -np_ip_j$$
$$\text{eða}$$
$$E(\mathbf{N}/n) = \mathbf{p}, \quad V(N_i) = p_i(1-p_i)/n, \quad Cov(N_i, N_j) = -p_ip_j/n$$

- Raða þessu upp í fylki og kalla $\Sigma_{MN}$.
- $\mathbf{N}(t)$ er hér ein lína í gagnatöflunni, $n(t)$ er úrtaksstærð og $\mathbf{p}(t)$ er vektor af fylgishlutföllum.

## Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Veit að vegna tölfræðilegra lögmála þá er varíans í úrtaki $\Sigma_{MN}$.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Veit að vegna tölfræðilegra lögmála þá er varíans í úrtaki $\Sigma_{MN}$.
- Ef kannanir eru noisy mælingar á konstant þá er varíans mats á $\mathbf{p}$ $\Sigma_{MN}$

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Veit að vegna tölfræðilegra lögmála þá er varíans í úrtaki $\Sigma_{MN}$.
- Ef kannanir eru noisy mælingar á konstant þá er varíans mats á $\mathbf{p}$ $\Sigma_{MN}$
- Því ætti að gilda:

$$\text{Mældur varíans} =$$
$$\text{varíans vegna breytileika í } \mathbf{p} + \text{varíans vegna úrtaks}$$

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Veit að vegna tölfræðilegra lögmála þá er varíans í úrtaki $\Sigma_{MN}$.
- Ef kannanir eru noisy mælingar á konstant þá er varíans mats á $\mathbf{p}$ $\Sigma_{MN}$
- Því ætti að gilda:

$$\text{Mældur varíans} =$$
$$\text{varíans vegna breytileika í } \mathbf{p} + \text{varíans vegna úrtaks}$$

- Vandi að í könnun er fjöldi óákveðinna miklu meiri en í kosningu, vil spá hvernig óákveðnir dreifast.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Hér er $\Sigma$ covariance-fylki.

$$\sigma_{ij} = Cov(X_i, X_j) = \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$$

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Hér er $\Sigma$ covariance-fylki.

$$\sigma_{ij} = Cov(X_i, X_j) = \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1k} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_{2k} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \sigma_{1k} & \cdots & \cdots & \sigma_k^2 \end{bmatrix}$$

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Skilyrt ályktun, þ.e. ályktun um $\mathbf{X}_1$ gefið $\mathbf{X}_2$.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \end{bmatrix} \sim N(\begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{12}' & \Sigma_{22} \end{bmatrix})$$

þá er:

$$E(\mathbf{X}_1|\mathbf{X}_2 = x_2) = \mu_1 + \Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}(x_2 - \mu_2) \qquad (1)$$

og þar sem $(\mathbf{X}_1', \mathbf{X}_2')$ er normaldreifð þá:

$$V(\mathbf{X}_1|\mathbf{X}_2 = x_2) = \Sigma_{11} - \Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{12}'$$

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Vandi! Þekki ekki sanna $\Sigma$ fylkið.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Vandi! Þekki ekki sanna $\Sigma$ fylkið.
- Hugmynd! Skoðanakannanir eru mælingar úr multinomial-dreifingu fyrir talningargögn.

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_1 \\ \vdots \\ N_k \end{bmatrix} \sim M(\mathbf{p}, n), \quad \mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_k \end{bmatrix}$$

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Vandi! Þekki ekki sanna $\Sigma$ fylkið.
- Hugmynd! Skoðanakannanir eru mælingar úr multinomial-dreifingu fyrir talningargögn.

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_1 \\ \vdots \\ N_k \end{bmatrix} \sim M(\mathbf{p}, n), \quad \mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_k \end{bmatrix}$$

- $\mathbf{p}$ eru sönnu hlutföll $k$ flokka og $n$ er úrtaksstærð.

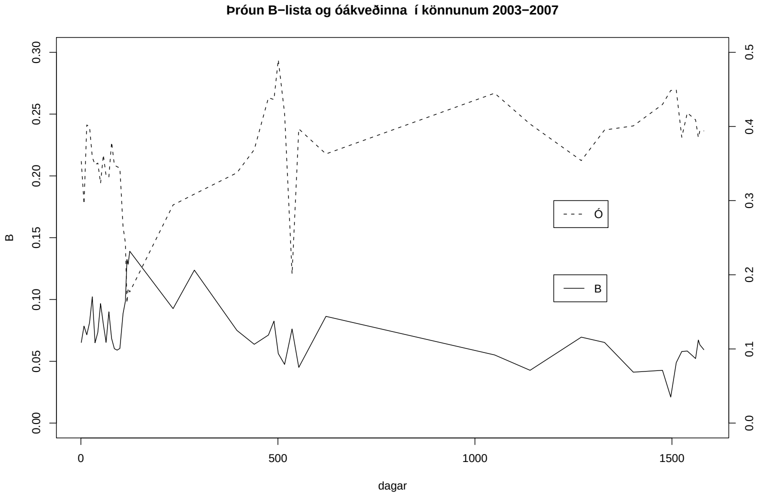
# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Vandi! Þekki ekki sanna $\Sigma$ fylkið.
- Hugmynd! Skoðanakannanir eru mælingar úr multinomial-dreifingu fyrir talningargögn.

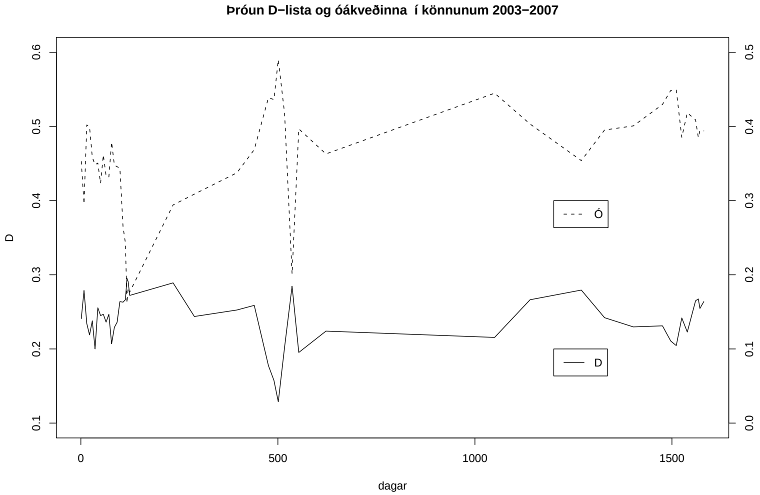
$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_1 \\ \vdots \\ N_k \end{bmatrix} \sim M(\mathbf{p}, n), \quad \mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_k \end{bmatrix}$$

- $\mathbf{p}$ eru sönnu hlutföll $k$ flokka og $n$ er úrtaksstærð.
- Þar sem vitað er að gögn eru fengin með random úrtaki og því er fræðilegur varíans „noise" hluta mælinganna multinomial. Umfram-varíans ætti því að vera vegna þróunar í tíma.

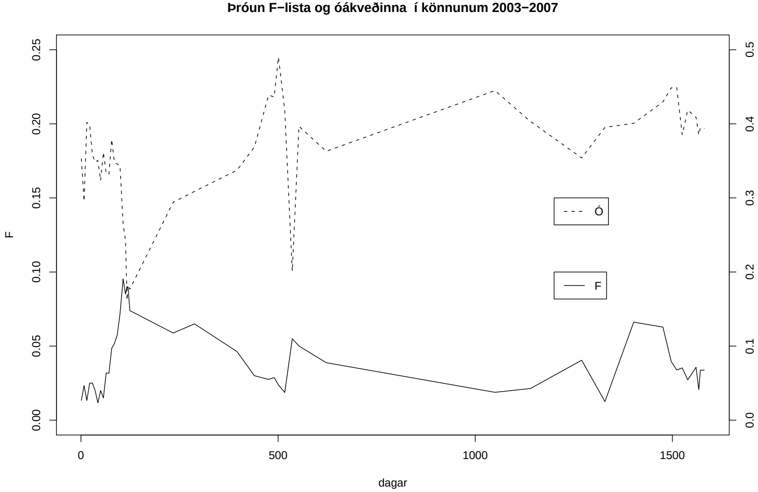
# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ



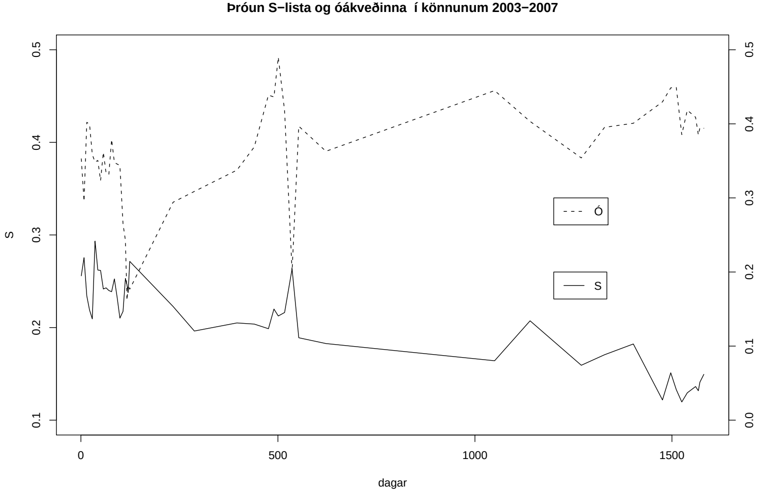
# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ



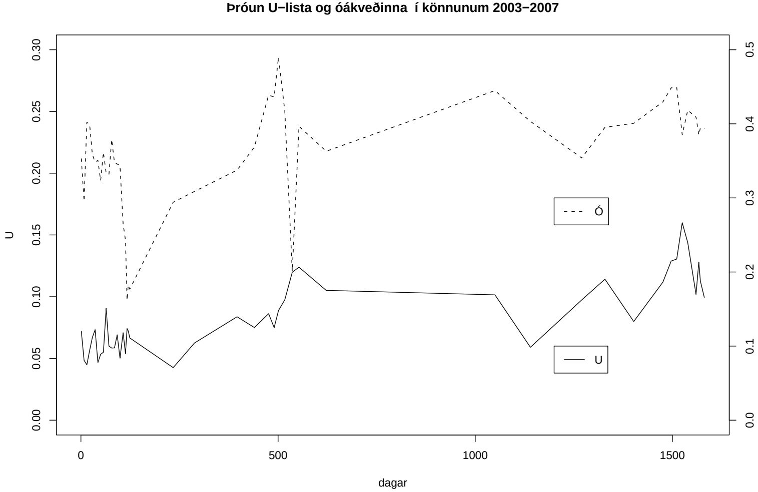
# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ



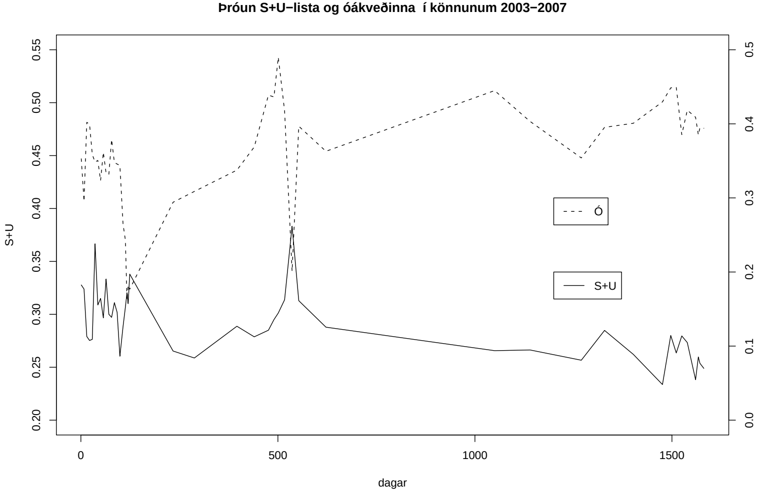
# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ



# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ



# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ



# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Tek því gamlar kannanir, reikna úrtaksvaríans-fylki, dreg frá fræðilega varíans vegna úrtaks. Þannig fæst mat á flokkaflakki.

| | B | D | F | S | U | Ó |
|---|---|---|---|---|---|---|
| B | 1.00 | 0.67 | −0.56 | −0.38 | 0.16 | −0.73 |
| D | 0.67 | 1.00 | −0.31 | −0.08 | −0.27 | −0.82 |
| F | −0.56 | −0.31 | 1.00 | 0.45 | −0.56 | 0.21 |
| S | −0.38 | −0.08 | 0.45 | 1.00 | −0.73 | −0.03 |
| U | 0.16 | −0.27 | −0.56 | −0.73 | 1.00 | 0.09 |
| Ó | −0.73 | −0.82 | 0.21 | −0.03 | 0.09 | 1.00 |

Tafla: Metið fylgni-fylki fyrir 10 nýlegar kannanir

## Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Tek því gamlar kannanir, reikna úrtaksvaríans-fylki, dreg frá fræðilega varíans vegna úrtaks. Þannig fæst mat á flokkaflakki.
- Ef hið metna varíans fylki er skalað fæst fylgnifylkið

| | B | D | F | S | U | Ó |
|---|---|---|---|---|---|---|
| B | 1.00 | 0.67 | −0.56 | −0.38 | 0.16 | −0.73 |
| D | 0.67 | 1.00 | −0.31 | −0.08 | −0.27 | −0.82 |
| F | −0.56 | −0.31 | 1.00 | 0.45 | −0.56 | 0.21 |
| S | −0.38 | −0.08 | 0.45 | 1.00 | −0.73 | −0.03 |
| U | 0.16 | −0.27 | −0.56 | −0.73 | 1.00 | 0.09 |
| Ó | −0.73 | −0.82 | 0.21 | −0.03 | 0.09 | 1.00 |

Tafla: Metið fylgni-fylki fyrir 10 nýlegar kannanir

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

| | B | D | F | S | U | Ó |
|---|---|---|---|---|---|---|
| B | 1.00 | 0.26 | −0.16 | −0.22 | −0.14 | −0.23 |
| D | 0.26 | 1.00 | 0.20 | −0.14 | −0.32 | −0.63 |
| F | −0.16 | 0.20 | 1.00 | −0.51 | 0.20 | −0.49 |
| S | −0.22 | −0.14 | −0.51 | 1.00 | 0.01 | −0.15 |
| U | −0.14 | −0.32 | 0.20 | 0.01 | 1.00 | −0.25 |
| Ó | −0.23 | −0.63 | −0.49 | −0.15 | −0.25 | 1.00 |

Tafla: Metið fylgni-fylki fyrir 15 kannanir 2003

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Ef formúlu (1) er beitt á þessar 10 nýlegu kannanir fæst:

| B | D | F | S | U | Ó |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.14 | 0.41 | 0.01 | 0.15 | 0.08 | 0.20 |

Miðað við að 80% hafi tekið afstöðu og 20% sé eftir óákveðin.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

Ef sama hefði verið gert á sama tíma 2003 hefði fengist.

| | B | D | F | S | U | Ó |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.12 | 0.37 | −0.04 | 0.45 | 0.09 | 0.50 |
| 2 | 0.12 | 0.37 | 0.03 | 0.40 | 0.09 | 0.40 |
| 3 | 0.11 | 0.37 | 0.07 | 0.35 | 0.09 | 0.30 |
| 4 | 0.11 | 0.37 | 0.11 | 0.32 | 0.09 | 0.20 |
| 5 | 0.11 | 0.37 | 0.13 | 0.30 | 0.09 | 0.10 |

Tafla: Væntanlegt dreifing þeirra sem afstöðu taka sem fall af hlufalli óákveðinna, 2003

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Hvað ef mönnum líkar ekki þessi spá?

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Hvað ef mönnum líkar ekki þessi spá?
- Hugsanlegar skýringar.
  1. Illa metið $\Sigma$ (fáar kannanir).
  2. Fjöldi óákveðinna nokkurn veginn sá sami í öllum könnunum og því erfitt að meta tengsl breytinga á fylgi við einstakan flokk og fjölda óákveðinna.
  3. Óheppilegt líkan. Normaldreifing hentar illa fyrir litla flokka, hugsanlegt að $\Sigma$ sé háð $\mathbf{p}$.
  4. Gögn eru tímaraðir og því nauðsynlegt að beita einhvers konar tímaraða aðferðum.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Set fram líkan um hreyfimynstur í tíma.

## Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Set fram líkan um hreyfimynstur í tíma.
- Gerið ráð fyrir að hlutfall fylgi einföldustu gerð af slembinni diffurjöfnu (stochastic differential equation)

$$dp(t) = \sigma dB(t), \quad B(t) \text{ er Brown hreyfing}$$

## Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Set fram líkan um hreyfimynstur í tíma.
- Gerið ráð fyrir að hlutfall fylgi einföldustu gerð af slembinni diffurjöfnu (stochastic differential equation)

$$dp(t) = \sigma dB(t), \quad B(t) \text{ er Brown hreyfing}$$

- Brown-hreyfing (Wiener-ferli, Random-walk í samfelldum tíma) er minnislaus samfelldur ferill. Besta spá framtíðargildis gefið nútíð er nútíðin. {Brown, 1827; Bachelier, 1900; Einstein, 1905; Wiener, 1923}

$$E(B(t)|B(s)) = B(s), \quad t > s$$

## Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Set fram líkan um hreyfimynstur í tíma.
- Gerið ráð fyrir að hlutfall fylgi einföldustu gerð af slembinni diffurjöfnu (stochastic differential equation)

$$dp(t) = \sigma dB(t), \quad B(t) \text{ er Brown hreyfing}$$

- Brown-hreyfing (Wiener-ferli, Random-walk í samfelldum tíma) er minnislaus samfelldur ferill. Besta spá framtíðargildis gefið nútíð er nútíðin. {Brown, 1827; Bachelier, 1900; Einstein, 1905; Wiener, 1923}

$$E(B(t)|B(s)) = B(s), \quad t > s$$

- Nútíma fjármálafræði byggir mikið á slembnum diffurjöfnum.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- State-space líkan fyrir noisy mælingar (skoðanakannanir) á ferli af Brown-gerð. Mælijafnan er:

$$\mathbf{N}(\mathbf{t}) = n(t)\mathbf{p}(t) + \underbrace{\varepsilon}_{\mathrm{A}}$$

og ástandsjafna (state-equation) sem lýsir hreyfingu ómælds ástands í tíma er:

$$\mathbf{p}(t+\Delta) = \mathbf{p}(t) + \Delta^{0.5}\underbrace{\xi(t+\Delta)}_{\mathrm{B}}$$

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- State-space líkan fyrir noisy mælingar (skoðanakannanir) á ferli af Brown-gerð. Mælijafnan er:

$$\mathbf{N}(\mathbf{t}) = n(t)\mathbf{p}(t) + \underbrace{\varepsilon}_{\mathrm{A}}$$

og ástandsjafna (state-equation) sem lýsir hreyfingu ómælds ástands í tíma er:

$$\mathbf{p}(t+\Delta) = \mathbf{p}(t) + \Delta^{0.5}\underbrace{\xi(t+\Delta)}_{\mathrm{B}}$$

- $A$ og $B$ eru slembiliðir.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- State-space líkan fyrir noisy mælingar (skoðanakannanir) á ferli af Brown-gerð. Mælijafnan er:

$$\mathbf{N}(\mathbf{t}) = n(t)\mathbf{p}(t) + \underbrace{\varepsilon}_{\mathrm{A}}$$

og ástandsjafna (state-equation) sem lýsir hreyfingu ómælds ástands í tíma er:

$$\mathbf{p}(t+\Delta) = \mathbf{p}(t) + \Delta^{0.5}\underbrace{\xi(t+\Delta)}_{\mathrm{B}}$$

- $A$ og $B$ eru slembiliðir.
- $\Delta$ er breyting í tíma (bil milli kannana).

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Slembiliður $A$ er multinomial úrtaksskekkja. Varíans $A$ er því þekkt fall af $\mathbf{p}$ og $n$.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Slembiliður $A$ er multinomial úrtaksskekkja. Varíans $A$ er því þekkt fall af $\mathbf{p}$ og $n$.
- Slembiliður $B$ lýsir breytingu á tímaeiningu.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Slembiliður $A$ er multinomial úrtaksskekkja. Varíans $A$ er því þekkt fall af $\mathbf{p}$ og $n$.
- Slembiliður $B$ lýsir breytingu á tímaeiningu.
- $V(B)$-fylkið lýsir tengslum breytinga á fylgi flokka. T.d. ef 5 flokkar og óákveðnir eru í boði þá geta fyrstu 5 línur og dálkar $V(B)$-fylkinu verið:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \sigma^2_{\mathrm{B}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma^2_{\mathrm{D}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^2_{\mathrm{F}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma^2_{\mathrm{S}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma^2_{\mathrm{U}} \end{bmatrix}$$

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Hér nægir að hugsa sér að $\mathbf{p} = (p_{\mathrm{B}}, p_{\mathrm{D}}, p_{\mathrm{F}}, p_{\mathrm{S}}, p_{\mathrm{U}})'$ því að $p_{\mathrm{Ó}} = 1 - p_{\mathrm{B}} - p_{\mathrm{D}} - p_{\mathrm{F}} - p_{\mathrm{S}} - p_{\mathrm{U}}$.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Hér nægir að hugsa sér að $\mathbf{p} = (p_{\mathrm{B}}, p_{\mathrm{D}}, p_{\mathrm{F}}, p_{\mathrm{S}}, p_{\mathrm{U}})'$ því að $p_{\mathrm{Ó}} = 1 - p_{\mathrm{B}} - p_{\mathrm{D}} - p_{\mathrm{F}} - p_{\mathrm{S}} - p_{\mathrm{U}}$.
- Ef $\sigma_{\mathrm{B}} = \sigma_{\mathrm{D}} = \cdots = \sigma_{\mathrm{U}} = 0$ þá er það jafngilt því að leggja saman allar kannanir frá upphafi.

## Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Hér nægir að hugsa sér að $\mathbf{p} = (p_{\mathrm{B}}, p_{\mathrm{D}}, p_{\mathrm{F}}, p_{\mathrm{S}}, p_{\mathrm{U}})'$ því að $p_{\mathrm{Ó}} = 1 - p_{\mathrm{B}} - p_{\mathrm{D}} - p_{\mathrm{F}} - p_{\mathrm{S}} - p_{\mathrm{U}}$.
- Ef $\sigma_{\mathrm{B}} = \sigma_{\mathrm{D}} = \cdots = \sigma_{\mathrm{U}} = 0$ þá er það jafngilt því að leggja saman allar kannanir frá upphafi.
- Ef $\sigma_{\mathrm{B}} = \sigma_{\mathrm{D}} = \cdots = \sigma_{\mathrm{U}} = \infty$ þá er það jafngilt því að nota bara síðustu könnun.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Hér nægir að hugsa sér að $\mathbf{p} = (p_{\mathrm{B}}, p_{\mathrm{D}}, p_{\mathrm{F}}, p_{\mathrm{S}}, p_{\mathrm{U}})'$ því að $p_{\mathrm{Ó}} = 1 - p_{\mathrm{B}} - p_{\mathrm{D}} - p_{\mathrm{F}} - p_{\mathrm{S}} - p_{\mathrm{U}}$.
- Ef $\sigma_{\mathrm{B}} = \sigma_{\mathrm{D}} = \cdots = \sigma_{\mathrm{U}} = 0$ þá er það jafngilt því að leggja saman allar kannanir frá upphafi.
- Ef $\sigma_{\mathrm{B}} = \sigma_{\mathrm{D}} = \cdots = \sigma_{\mathrm{U}} = \infty$ þá er það jafngilt því að nota bara síðustu könnun.
- Það að stökin utan hornalínu $\mathbf{Q}$ séu 0 þýðir að högg á einn flokk gefur ekki vísbendingar um högg á annan.Þ.e. að höggið kemur allt frá óákveðnum.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Hægt að nota formúlu 1 og covaríans-fylki á forminu

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q} & -\mathbf{Q1} \\ -\mathbf{1}'\mathbf{Q} & \mathbf{1}'\mathbf{Q1} \end{bmatrix} = \text{ í þessu tilfelli}$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{\mathrm{B}}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sigma_{\mathrm{B}}^2 \\ 0 & \sigma_{\mathrm{D}}^2 & 0 & 0 & 0 & -\sigma_{\mathrm{D}}^2 \\ 0 & 0 & \sigma_{\mathrm{F}}^2 & 0 & 0 & -\sigma_{\mathrm{F}}^2 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{\mathrm{S}}^2 & 0 & -\sigma_{\mathrm{S}}^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\mathrm{U}}^2 & -\sigma_{\mathrm{U}}^2 \\ -\sigma_{\mathrm{B}}^2 & -\sigma_{\mathrm{D}}^2 & -\sigma_{\mathrm{F}}^2 & -\sigma_{\mathrm{S}}^2 & -\sigma_{\mathrm{U}}^2 & \sigma_{\mathrm{B}}^2 + \sigma_{\mathrm{D}}^2 + \sigma_{\mathrm{F}}^2 + \sigma_{\mathrm{S}}^2 + \sigma_{\mathrm{U}}^2 \end{bmatrix}$$

- Ef vit á að vera í að úthluta óákveðnum í sömu hlutföllum og ákveðnum þá þýðir það samkvæmt jöfnu (1) að **p** er í beinu hlutfalli við $(\sigma_{\mathrm{B}}^2, \ldots, \sigma_{\mathrm{U}}^2)$.

## Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Hægt er að fá ML-mat á $\sigma_{\mathrm{B}}, \ldots, \sigma_{\mathrm{U}}$. Likelihoodfallið (sennileikafallið) má reikna með Kalman-filter algoritmanun, {Harvey, 1989} og síðan hámarka með númerískum aðferðum.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Hægt er að fá ML-mat á $\sigma_{\mathrm{B}}, \dots, \sigma_{\mathrm{U}}$. Likelihoodfallið (sennileikafallið) má reikna með Kalman-filter algoritmanun, {Harvey, 1989} og síðan hámarka með númerískum aðferðum.
- Þannig fæst vog á fortíð.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Hægt er að fá ML-mat á $\sigma_{\mathrm{B}}, \ldots, \sigma_{\mathrm{U}}$. Likelihoodfallið (sennileikafallið) má reikna með Kalman-filter algoritmanun, {Harvey, 1989} og síðan hámarka með númerískum aðferðum.
- Þannig fæst vog á fortíð.
- Hægt er að úthluta óákveðnum með formúla (1)

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Hægt er að fá ML-mat á $\sigma_{\mathrm{B}}, \ldots, \sigma_{\mathrm{U}}$. Likelihoodfallið (sennileikafallið) má reikna með Kalman-filter algoritmanun, {Harvey, 1989} og síðan hámarka með númerískum aðferðum.
- Þannig fæst vog á fortíð.
- Hægt er að úthluta óákveðnum með formúla (1)
- Hægt er að leyfa flóknara form á $\mathbf{Q}$.

## Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Hægt er að fá ML-mat á $\sigma_{\mathrm{B}}, \ldots, \sigma_{\mathrm{U}}$. Likelihoodfallið (sennileikafallið) má reikna með Kalman-filter algoritmanun, {Harvey, 1989} og síðan hámarka með númerískum aðferðum.
- Þannig fæst vog á fortíð.
- Hægt er að úthluta óákveðnum með formúla (1)
- Hægt er að leyfa flóknara form á $\mathbf{Q}$.
- Nærtæk hugmynd að t.d. stinga upp á fylgni milli flokka.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Gert er ráð fyrir að $\mathbf{Q}$ sé hornalínufylki, þ.e. að ekki sé fylgni milli hreyfina flokka. Þ.e. öll tengslin við óákveðna.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Gert er ráð fyrir að **Q** sé hornalínufylki, þ.e. að ekki sé fylgni milli hreyfina flokka. Þ.e. öll tengslin við óákveðna.
- Hlutfallsleg skipting í könnun í Fréttablaðinu var:

$$\hat{\mathsf{p}}' = (6.7, 26.7, 2.1, 13.2, 12.8, 38.5) \qquad 21.04.2007$$
$$\hat{\mathsf{p}}' = (5.9, 26.4, 3.4, 15.0, 9.9, 39.4) \qquad 4.05.2007$$

Niðurstaðan bendir til þess að B-listi eigi hlutfallslega mest í óákveðnum en D einnig mikið.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Ef $\mathbf{p}(t)$ er gefið þá er besta spá $\Delta$ daga fram í tímann=$\mathbf{p}(\mathrm{t})$.

## Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Ef $\mathbf{p}(t)$ er gefið þá er besta spá $\Delta$ daga fram í tímann$=\mathbf{p}(\mathrm{t})$.
- Ef $\mathbf{p}(t)$ er gefið þá er varíans bestu spár $\Delta\mathbf{Q}$.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Ef $\mathbf{p}(t)$ er gefið þá er besta spá $\Delta$ daga fram í tímann$=\mathbf{p}(\mathrm{t})$.
- Ef $\mathbf{p}(t)$ er gefið þá er varíans bestu spár $\Delta\mathbf{Q}$.
- Ef $\mathbf{p}(t)$ er metið (út frá fortíð) þá verður að taka tillit til þess við mat á gæði spárinnar, þ.e.:

$$V(\mathbf{p}(t+\Delta)) = \underbrace{V(\mathbf{p})}_{\mathrm{A}} + \underbrace{\Delta\mathbf{Q}}_{\mathrm{B}}$$

## Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Ef $\mathbf{p}(t)$ er gefið þá er besta spá $\Delta$ daga fram í tímann=$\mathbf{p}$(t).
- Ef $\mathbf{p}(t)$ er gefið þá er varíans bestu spár $\Delta\mathbf{Q}$.
- Ef $\mathbf{p}(t)$ er metið (út frá fortíð) þá verður að taka tillit til þess við mat á gæði spárinnar, þ.e.:

$$V(\mathbf{p}(t+\Delta)) = \underbrace{V(\mathbf{p})}_{\text{A}} + \underbrace{\Delta\mathbf{Q}}_{\text{B}}$$

- A liðurinn er vegna þess að ástand á tíma t var metið, B liðurinn er vegna þess að fylgið flytur sig á milli tíma $t$ og $t+\Delta$.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- D-flokkur virðist eiga mikið í óákveðnum. Af hverju það?

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- D-flokkur virðist eiga mikið í óákveðnum. Af hverju það?
- Brown-hreyfingar módel er symmetrískt. Ef mælst hefur stór hreyfing niður reiknar það með að stór hreyfing upp sé möguleg.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- D-flokkur virðist eiga mikið í óákveðnum. Af hverju það?
- Brown-hreyfingar módel er symmetrískt. Ef mælst hefur stór hreyfing niður reiknar það með að stór hreyfing upp sé möguleg.
- Árið 2004 gerðist það í nokkrum könnunum að þeim sem sögðust styðja D fækkað úr ca. 200 í 100 án þess að öðrum (en óákveðnum) fjölgaði.

## Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Ef þessum mælingum á D er sleppt kemur í ljós að næstum helmingur af hreyfivilja D-fólks er vegna þessara þriggja kannana. Þá fæst mesta sennileikamat (maximum-likelihood estimate) á $\sigma$-um:

$$10^4(\sigma^2_{\mathrm{B}}, \sigma^2_{\mathrm{D}}, \sigma^2_{\mathrm{F}}, \sigma^2_{\mathrm{S}}, \sigma^2_{\mathrm{U}}) = (0.17, 0.30, 0.08, 0.12, 0.06)$$
$$log(L(\sigma^2_{\mathrm{B}}, \sigma^2_{\mathrm{D}}, \sigma^2_{\mathrm{F}}, \sigma^2_{\mathrm{S}}, \sigma^2_{\mathrm{U}})) = 654.50$$

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Ef þessum mælingum á D er sleppt kemur í ljós að næstum helmingur af hreyfivilja D-fólks er vegna þessara þriggja kannana. Þá fæst mesta sennileikamat (maximum-likelihood estimate) á $\sigma$-um:

$$10^4(\sigma^2_{\mathrm{B}}, \sigma^2_{\mathrm{D}}, \sigma^2_{\mathrm{F}}, \sigma^2_{\mathrm{S}}, \sigma^2_{\mathrm{U}}) = (0.17, 0.30, 0.08, 0.12, 0.06)$$
$$log(L(\sigma^2_{\mathrm{B}}, \sigma^2_{\mathrm{D}}, \sigma^2_{\mathrm{F}}, \sigma^2_{\mathrm{S}}, \sigma^2_{\mathrm{U}})) = 654.50$$

- Ef ákveðið er að fest $\sigma_B = \sigma_D = \sigma_S$ og $\sigma_F = \sigma_U$ þá fæst:

$$10^4({\sigma_{\mathrm{B}}}^2, {\sigma_{\mathrm{D}}}^2, {\sigma_{\mathrm{F}}}^2, {\sigma_{\mathrm{S}}}^2, {\sigma_{\mathrm{U}}}^2) = (0.18, 0.18, 0.08, 0.18, 0.08)$$
$$log(L(\sigma^2_{\mathrm{B}}, \sigma^2_{\mathrm{D}}, \sigma^2_{\mathrm{F}}, \sigma^2_{\mathrm{S}}, \sigma^2_{\mathrm{U}}) = 653.8$$

Þ.e. hreyfing úr ákveðnnum yfir í óákveðna virðist jafnari en fylgi við flokka meðal ákveðinna. $(-2LR \simeq 1.5)$.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

Spá fyrir ýmis gildi á fjölda óákveðnna.

| B | D | F | S | U | Ó |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.06 | 0.26 | 0.03 | 0.14 | 0.11 | 0.40 |
| 0.07 | 0.27 | 0.04 | 0.16 | 0.11 | 0.35 |
| 0.08 | 0.28 | 0.04 | 0.17 | 0.12 | 0.30 |

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

Spá fyrir ýmis gildi á fjölda óákveðnna.

| B | D | F | S | U | Ó |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.06 | 0.26 | 0.03 | 0.14 | 0.11 | 0.40 |
| 0.07 | 0.27 | 0.04 | 0.16 | 0.11 | 0.35 |
| 0.08 | 0.28 | 0.04 | 0.17 | 0.12 | 0.30 |
| 0.10 | 0.30 | 0.05 | 0.18 | 0.12 | 0.25 |
| 0.11 | 0.31 | 0.05 | 0.20 | 0.13 | 0.20 |
| 0.12 | 0.32 | 0.06 | 0.21 | 0.13 | 0.15 |

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

Spá fyrir ýmis gildi á fjölda óákveðnna.

| B | D | F | S | U | Ó |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.06 | 0.26 | 0.03 | 0.14 | 0.11 | 0.40 |
| 0.07 | 0.27 | 0.04 | 0.16 | 0.11 | 0.35 |
| 0.08 | 0.28 | 0.04 | 0.17 | 0.12 | 0.30 |
| 0.10 | 0.30 | 0.05 | 0.18 | 0.12 | 0.25 |
| 0.11 | 0.31 | 0.05 | 0.20 | 0.13 | 0.20 |
| 0.12 | 0.32 | 0.06 | 0.21 | 0.13 | 0.15 |
| 0.14 | 0.34 | 0.07 | 0.22 | 0.14 | 0.10 |
| 0.15 | 0.35 | 0.07 | 0.24 | 0.14 | 0.05 |

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

Spá fyrir ýmis gildi á fjölda óákveðnna.

| B | D | F | S | U | Ó |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.06 | 0.26 | 0.03 | 0.14 | 0.11 | 0.40 |
| 0.07 | 0.27 | 0.04 | 0.16 | 0.11 | 0.35 |
| 0.08 | 0.28 | 0.04 | 0.17 | 0.12 | 0.30 |
| 0.10 | 0.30 | 0.05 | 0.18 | 0.12 | 0.25 |
| 0.11 | 0.31 | 0.05 | 0.20 | 0.13 | 0.20 |
| 0.12 | 0.32 | 0.06 | 0.21 | 0.13 | 0.15 |
| 0.14 | 0.34 | 0.07 | 0.22 | 0.14 | 0.10 |
| 0.15 | 0.35 | 0.07 | 0.24 | 0.14 | 0.05 |
| 0.16 | 0.36 | 0.07 | 0.24 | 0.15 | 0.02 |

Tafla: Spá gefin ýmis hlutföll óákveðinna, miðað metið Brownian motion hreyfiferli

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Hér var gert ráð fyrir að $\sigma$ væru mismunandi fastar eftir flokkum.

## Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Hér var gert ráð fyrir að $\sigma$ væru mismunandi fastar eftir flokkum.
- Auðvitað kæmi til greina að láta $\sigma$ vera fall af $p$ og jafnvel $t$.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Hér var gert ráð fyrir að $\sigma$ væru mismunandi fastar eftir flokkum.
- Auðvitað kæmi til greina að láta $\sigma$ vera fall af $p$ og jafnvel $t$.
- Við verðlagningu skuldbréfa er eðlilegt að $\sigma$ sé fall af líftíma skuldabréfs.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Hér var gert ráð fyrir að $\sigma$ væru mismunandi fastar eftir flokkum.
- Auðvitað kæmi til greina að láta $\sigma$ vera fall af $p$ og jafnvel $t$.
- Við verðlagningu skuldbréfa er eðlilegt að $\sigma$ sé fall af líftíma skuldabréfs.
- Blaðamannaaðferðin að gera óákveðnum upp skoðanir í sömu hlutföllum og þeir sem taka afstöðu er jafngild því líkani sem hér hefur verið reifað ef valið er $\sigma(p) = K\sqrt{p}$ þar sem $K$ er stór fasti (fortíð afskrifuð) og sami fastinn fyrir alla flokka.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Engin tölfræðigreining er án líkans. Gögn eru tímaraðir þar af leiðir ber að nota einhvers konar tímaraðalíkan

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Engin tölfræðigreining er án líkans. Gögn eru tímaraðir þar af leiðir ber að nota einhvers konar tímaraðalíkan
- Hér var sýnt líkan sem gengur út á að þróun í tíma er lýst með „noisy" Brownian motion. Nauðsynlegt að sigta noise frá.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Engin tölfræðigreining er án líkans. Gögn eru tímaraðir þar af leiðir ber að nota einhvers konar tímaraðalíkan
- Hér var sýnt líkan sem gengur út á að þróun í tíma er lýst með „noisy" Brownian motion. Nauðsynlegt að sigta noise frá.
- Brownian motion var upphaflega hugsað sem hreyfimynstur fyrir bakteríur.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Engin tölfræðigreining er án líkans. Gögn eru tímaraðir þar af leiðir ber að nota einhvers konar tímaraðalíkan
- Hér var sýnt líkan sem gengur út á að þróun í tíma er lýst með „noisy" Brownian motion. Nauðsynlegt að sigta noise frá.
- Brownian motion var upphaflega hugsað sem hreyfimynstur fyrir bakteríur.
- Ýmsar endurbætur eru hugsanlegar
  1. Reflected Brownian motion
  2. Stationary processar
  3. T.d. má hugsa sér að log(p/(1-p)) fylgi Brownian motion
  4. State-space líkön og Kalman-filter ganga út á að nota reglu Bayes aftur og aftur fyrir normal-dreifingar. Hugsanlegt er að gera slíkt fyrir einhverja aðra dreifingu (beta/Dirichlet dreifingu).
  5. Hugsanlegt er að reyna að gera einhvers konar Markov-keðju líkan. E.t.v með flóknum minnisstrúktúr.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Það líkan sem hér hefur verið reifað vegur saman eldri kannanir en setur stærsta vog á síðustu könnun.

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Það líkan sem hér hefur verið reifað vegur saman eldri kannanir en setur stærsta vog á síðustu könnun.
- Þetta er eins konar exponential smoothing þar sem eldri kannanir eru afskrifaðar.

## Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Það líkan sem hér hefur verið reifað vegur saman eldri kannanir en setur stærsta vog á síðustu könnun.
- Þetta er eins konar exponential smoothing þar sem eldri kannanir eru afskrifaðar.
- *all models are wrong but some are useful* {Box, 1979}

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

- Það líkan sem hér hefur verið reifað vegur saman eldri kannanir en setur stærsta vog á síðustu könnun.
- Þetta er eins konar exponential smoothing þar sem eldri kannanir eru afskrifaðar.
- *all models are wrong but some are useful* {Box, 1979}
- **Takk fyrir**

# Kosningaspár og fjármálatölfræði: Málstofa í HÍ

## Heimildir

Bachelier, L. {1900}. Theorie de la speculation. *Annales de l'Ecole Normale Superiore*, pages 21–86.

Box, G. {1979}. *Robustness in the strategy of scientific model building, in Robustness in Statistic*. Akademic Press: New York.

Brown, R. {1827}. *A brief account of microscopical observations*. óútgefið, London.

Einstein, A. {1905}. On the movement of small particles suspended in a stationary liquid by the molecular-kinetic theory of heat. *Annalen der Physik*, pages 549–560.

Harvey, A. C. {1989}. *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*. Cambridge University Press.

Tómasson, H. {2005}. Spágildi skoðanakannana. *Raust*, *3*(1).

Wiener, N. {1923}. Differential space. *Journal of Mathematical Physics*, *2*, 131–174.