Hagfræðideild **Hagrannsóknir I, HAG305G**
Háskóli Íslands **Skriflegt próf**

18. desember 2012. Leyfileg hjálpargögn:
13.30-16.30 Engin (Skriffæri strokleður)

Rökstyðjið öll svör og gerið grein fyrir forsendum. Þar sem til teljið vanta forsendur gefið ykkur það sem þið teljið nauðsynlegt.

1. Meta á línu sem fer í gegnum 0. Gögnum, $(x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n)$, er safnað og þá koma nokkrar formúlur til greina við að meta $\beta x_i = E(Y_i | X_i = x_i)$. Þær eru

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2},$$
$$\tilde{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n x_i},$$
$$\bar{\beta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i / x_i.$$

   Hvernig ætti að rökstyðja hver af þessum metlum sé bestur?

   svar: Líkanið er $y_i = \beta x_i + u_i$. Þetta er (sbr.fyrirlestur) spurning um hver forsendan um dreifingu u_i er. Ef $V(u_i) = \sigma^2$ þá er fyrsti kosturinn bestur, hvor hinna kostanna er bestur ef $V(u_i) = x_i \sigma^2$ og $V(u_i) = x_i^2 \sigma^2$.

2. Setjið fram Gauss-Markov setninguna og gerið nákvæma grein fyrir forsendum hennar og afleiðingum bresta í forsendum. Hvaða úrræði standa til boða ef forsendur bresta?

   svar: Hér á að vera stutt endursögn þar sem fram koma, „omitted-variable-bias", skert nýtni ef forsendur um dreifingu u_i breytast, einungis „large-sample" niðurstöður ef x-breytur stókastískar og að ekki sé hægt að aðgreina þýðingu skýristærða ef $\boldsymbol{X'X}$ er singular.

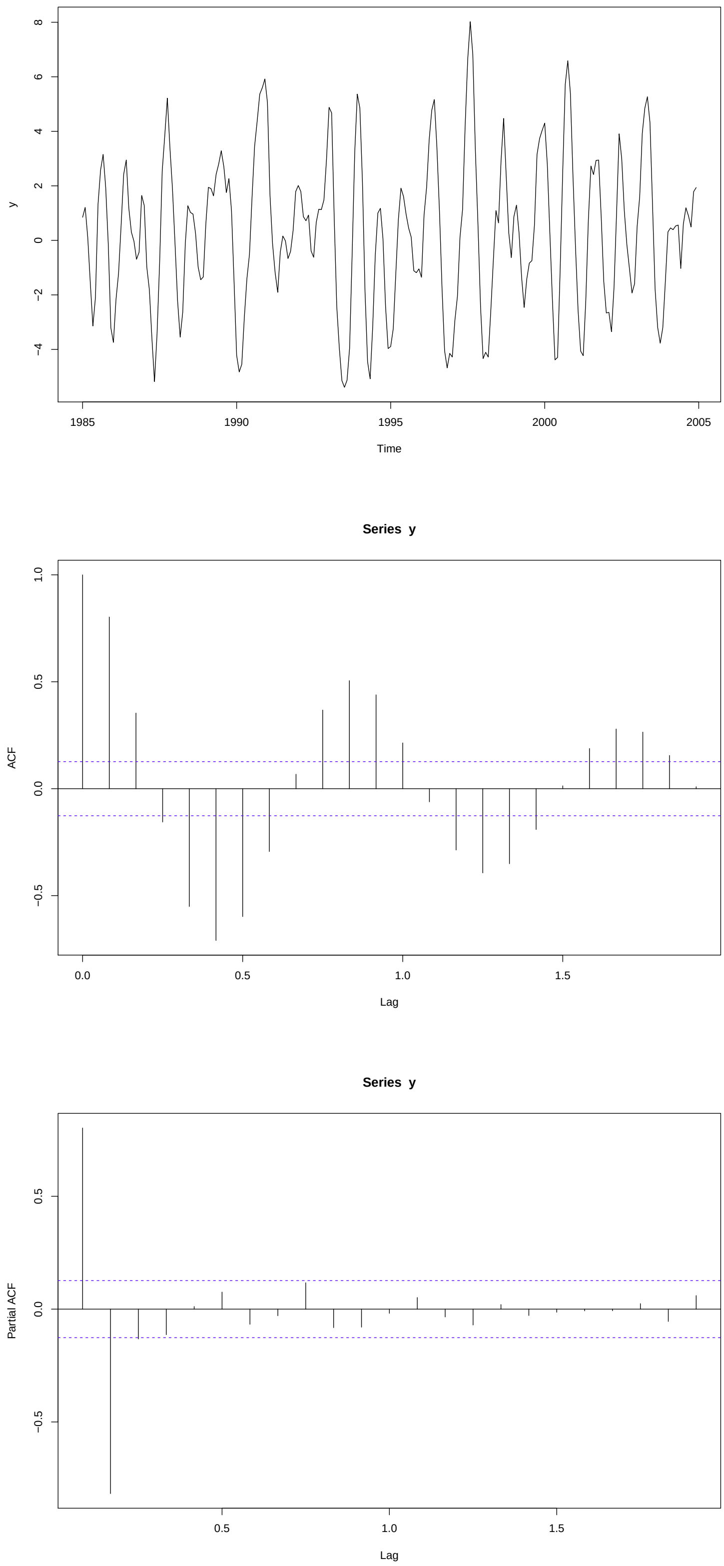
3. Gerið ráð fyrir að forsendur Gauss-Markov setningar gildi. Skýrið hvað er átt við með að least-squares metill sé bestur og sannið að hann sé það.

   svar: Bestur þýðir að meðal „unbiased" línulegra metla hafi OLS-metillinn minnsta mögulega breytileika (varíans). Það má sanna það með því að skoða annan „unbiased" línulegan metil $A\boldsymbol{y}$, nota síðan reiknireglur fyrir væntanlegt gildi og varíans til að sýna að $V(A\boldsymbol{y})$ sé stærri en $V(\hat{\boldsymbol{\beta}})$.

4. Mynd 1 sýnir graf af $\log(y_t)$ ásamt metnum sjálffylgniföllum, ACF og PACF. Röðin y_t er mánaðarlega mæld hagröð. Hvers vegna er $\log(y_t)$ skoðað? Hvernig á að túlka stuðla í línulegu líkani þar sem bæði x-breytur og y-breytan hafa verið logaritmeraðar? Hvers konar hreyfimynstur gæti legið að baki svona röð? Skýrið hvað ACF og PACF þýðir.

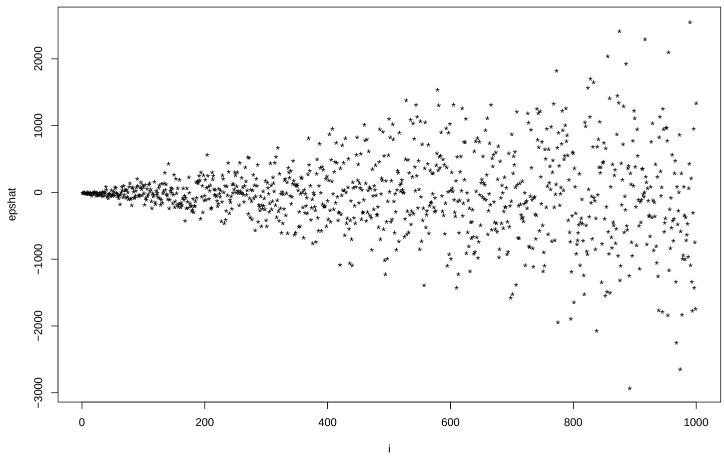
   svar: Log transform er mikið notað í hagröðum því að það breytir hlutfallssamböndum í additív sambönd. Einnig má segja það sé oft „variance-stabilizing-transform". Stuðla við stika í línulegum líkönum þar sem allt hefur verið logaritmerað má túlka sem teygnistuðla. Sá sem þekkir ACF og PACF ætti að geta giskað á að AR(2) ferli liggi að baki myndunum. PACF er ACF skilyrt á það sem er „á milli".

5. Metið hefur verið líkan $y_i = \boldsymbol{x}_i\boldsymbol{\beta} + u_i$. Fyrir lágu 1000 mælingar og eru metnir afgangsliðir, $\hat{u}_i$, sýndir á mynd 2. Annað líkan þar sem fyrir lágu 100 mælingar var metið og metnir afgangsliðir eru sýndir á mynd



Mynd 1: Efst er $\log(y_t)$, næst er acf($\log(y_t)$ og neðst er pacf($\log(y_t)$)

.



Mynd 2: Metnir afgangsliðir.

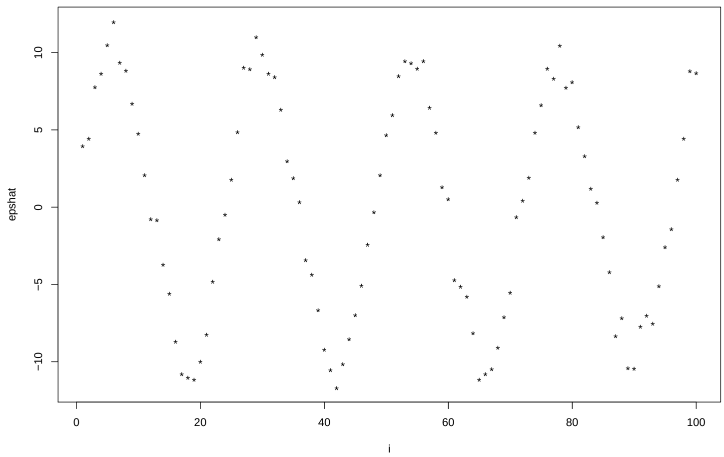
3. Hvaða vísbendingar um forsendur Gauss-Markov setningarinnar má lesa út úr þessum myndum.

   svar: Í annarri myndinni kemur fram misdreifni og í hinni myndinni kemur fram sjálffylgni.

6. Skýrið hugtakið „instrumental estimator(IV)" og hvernig má nýta það. Hvernig má tengja hugsunina í IV mati við setningu Frisch-Waugh-Lovell.

   svar: Ef álykta á um þýðingu tiltekinnar breytur þurfa aðrar truflandi breytur að vera með í líkani. FWL setningin býður upp á möguleika breyta líkaninu þannig að áhrif mældra truflandi breyta séu slegin út. IV aðferðafræðin er hliðstæð þannig að áhrif ómældra truflandi breyta eru slegin út. Einnig á að fylgja lýsing á því hvernig IV mat getur verið framkvæmt.

7. Gerum ráð fyrir að X_n sé slembibreyta þannig að $P(X_n = 0) = 1 - 1/n$ (**hér var prentvilla í prófinu**) og $P(X_n = n^2) = 1/n$. Finnið a) $\text{plim}(X_n)$ og



Mynd 3: Metnir afgangsliðir.

b) $\lim_{n\to\infty} E(X_n)$. Segið frá samleitnihugtökum fyrir slembibreytur og tengslum þeirra.

svar: Hér á að vera ljóst að þegar n stækkar þá aukast líkurnar á að X_n sé 0, þ.e. plim(X_n)=0. Einnig á að vera ljóst að $E(X_n) = n$, þ.e. að væntanlega gildið er ekki að stefna á fasta tölu. Sjaldgæfu frávikin verða mjög stór. Því er slembibreyturunan X_n samleitin í líkum en ekki t.d. í m.s. Hér átti líka að segja frá hvernig hugtökin, a.s., m.s., plim og samleitni í dreifingu tengdust.

8. Gerið ráð fyrir að $(y_1, \ldots, y_n)$ séu óháðar mælingar á slembibreytu með þéttifall:

$$f(y) = \lambda \exp(-\lambda y), \quad \lambda > 0.$$

Leiðið út metil mesta sennileika (maximum-likelihood=ML) fyrir λ. Hvað er hægt að segja um dreifingu ML metilsins. Leiðið út LR (likelihood-ratio) prófstærð fyrir kenninguna $H_0 : \lambda = 1$. Leiðið út Wald-prófstærð og

LM(Lagrange-Multiplier) prófstærð fyrir þessa kenningu.

svar: Mjög líkt og upprifjunardæmi 2 sem tekið var í síðasta fyrirlestri. Það á að koma út að $\hat{\lambda}_{ML} = 1/\bar{x}$, $log(L) = n(log(\lambda) - \lambda\bar{x})$. Dreifing ML-metilsins stefnir á $N(\lambda, \lambda^2/n)$, LR-prófstærðin er $-2(log(L)_0 - log(L)_{ML})$ (það á að setja inn $\lambda_0 = 1$ og $\lambda_{ML} = 1/\bar{x}$), LM og Wald prófstærðirnar eru báðar $n(1-\bar{x})^2$. LR, LM og Wald stefna í dreifingu allar á χ^2 með eina frígráðu ef $H_0 : \lambda = 1$ er rétt.

9. Gerið grein fyrir „spurious-regression" fyrirbærinu.

   svar: Hér á að endursegja 8 og 9 af dæmablaði 8 og árétta mikilvægi þess að tímaraðalíkan sé notað þegar að gögn eru tímaraðir.

10. Skýrið hugtakið „co-integration" og lýsið skrefunum í Granger-Engle mati á cointegrating samböndum.

    svar: Hér á að vera með stutta endursögn þar sem koma fyrir hugtökin $I(1)$, $I(0)$, error-correction-model og viðeigandi tölfræðipróf. Ræða á vandann sem upp kemur þegar reynt er að greina tengsl non-stationary tímaraða.