

Skilið dæmi 8 til dæmakennara í dæmatíma 29. október 2012. Tilgangurinn með samleitnidæmunum er að fá nemendur til að átta sig á því hvað það þýðir að slembibreyta (til dæmis metill(estimator)) stefni á eitthvað. Hver er munurinn á samleitnihugtökunum? LR/Wald/LM dæmið er einfaldasta mögulega líkan, krónukast. Hugmyndin með því er að fá nemendur til að fara í gegnum skrefin í þessum asymptótísku (large sample) prófum. Prinsípið er það sama í flóknari líkönum. Algebran er bara erfiðari.

1. 7.3 í ETM.
2. 8.28 í ETM.
3. 10.1 í ETM.
4. 10.3 í ETM.
5. Runa slembibreyta,  $Z_n$ , er skilgreind þannig að:

$$P(Z_n = j) = \begin{cases} \frac{n-2}{2} & \text{ef } j = \pm n \\ 1 - \frac{1}{n^2} & \text{ef } j = 0 \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

Er runan mean-square samleitin? Er runan almost-surely samleitin? Er  $\text{plim}(Z_n)$  til?

6. Athugið runu slembibreyta  $Z_n$ , sem er skilgreind þannig að:

$$P(Z_n = 1) = 1/n^{1/4}$$

$$P(Z_n = -1) = 1/n^{1/4}$$

$$P(Z_n = 0) = 1 - P(Z_n = 1) - P(Z_n = -1)$$

- a) Gildir  $Z_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{m.s.}$  eitthvað? b) Gildir  $Z_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{p}$  eitthvað?
- c) Gildir  $Z_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{a.s.}$  eitthvað?

7. Athugið runu slembibreyta  $Z_n$ , sem er skilgreind þannig að:

$$P(Z_n = -(n+4)) = 1/(n+4)$$

$$P(Z_n = -1) = 1 - 4/(n+4)$$

$$P(Z_n = n+4) = 3/(n+4)$$

Er runan  $E(Z_n)$  samleitin? Ef svo hvert er markgildið? Hvert er  $\text{plim}(Z_n)$ ?

8.  $X_1, \dots, X_n$  er random úrtak úr Bernoulli dreifingu.  $P(X_i = 1) = p$  og  $P(X_i = 0) = 1 - p$ . Prófa á kenninguna  $H_0 : p = p_0$ . Reiknið:

- LR (likelihood-ratio) prófstærð.
- Wald prófstærð (notið formúlu 10.60 í ETM).
- Lagrange-multiplier (score-test) prófstærð (notið formúlu 10.68/10.69 í ETM).