

Skilið dæmi 1 til dæmakennara í dæmatíma 22. október 2012.

1. Æfing í intstrumental aðferðum. Takið gögnin í skjalinu instrument.xls inn í viðeigandi forrit. Markmiðið er að meta samband þyngdar og hæðar. Við viljum vita væntanlega þyngdaraukningu miðað við sentímeter í hæðaraukningu. Hæð er mæld með skekkju og við höfum skónúmer sem instrúment. Metið líkan þar sem þyngd er skýrð með mældri hæð. Metið síðan saman líkan þar sem instrúment hefur verið notað.

Einnig höfum við sönnu gögnin í skránni rettgogn.xls. Metið líkan með réttum gögnum og berið saman við fyrri niðurstöður.

2. Gangið út frá iid úrtaki, X_1, \dots, X_n úr Bernoulli dreifingu, $E(X_i) = p$. Reiknið log-likelihood fallið.
3. Gangið út frá iid úrtaki, X_1, \dots, X_n úr Bernoulli dreifingu, $E(X_i) = p$. Finnið MLE metil.
4. Gert er ráð fyrir að X_1, \dots, X_n eru iid exponential með $E(X_i) = \beta$. Finnið ML-metil fyrir β .
5. Gert er ráð fyrir að X_1, \dots, X_n eru iid exponential með $E(X_i) = \beta$. Finnið ML-metil fyrir $\lambda = 1/\beta$.
6. Gert er ráð fyrir að X_1, \dots, X_n sé iid úr dreifingu með þéttifallið:

$$f(x) = \theta x^{\theta-1} \quad 0 \leq x \leq 1 \quad 0 < \theta < \infty$$

Finnið ML-metil fyrir θ og reiknið væntanlegt gildi og variáns metilsins.

7. Ef U er jafndreifð slembibreyta, $U(0, 1)$, og F er gefið dreififall. Skilgreinið slembibreytuna $Y = F^{-1}(U)$. Þar sem F^{-1} er andhverfa fallsins F . Hvaða dreififall hefur Y ?
8. Prófið að búa til t.d., 1000 gildi úr $U(0, 1)$. Notið $F(x) = 1 - e^{-x}$. Finnið andhverfu F , þ.e. F^{-1} , þannig að $F^{-1}(F(x)) =$

x . Setjið u -gildin 1000 inn í formúluna $y = F^{-1}(u)$. Teiknið súlurit af y -gildunum. Hvert er meðaltal y -gildanna? Hvert er úrtaksstaðalfrávik y -gildanna? Berið saman við fræðilegu gildin.

9. Gini stuðull er oft notaður til að lýsa jöfnuði (ójöfnuði) í dreifingu. Hugið ykkur hendingu sem hefur dreififall F og meðaltal μ . Takið sem dæmi Pareto dreifingu, hún hefur dreififall:

$$F(x) = 1 - \frac{x_0}{x^\alpha} \quad 1 \leq x_0 \leq x < \infty$$

Veljið t.d. $x_0 = 1$ og $\alpha = 2.5$. Teiknið síðan fallið:

$$G(x) = \frac{\int_0^x uf(u)du}{\mu}$$

Teiknið nú fallið $G(x)$ á lóðrétta ásinn og fallið $F(x)$ á lárétta ásinn (athugið að $0 < F(x) < 1$ og $0 < G(x) < 1$). Bætið á grafið línu sem byrjar í $(0, 0)$ og endar í $(1, 1)$. Gini stuðullinn er tvöfalt flatarmál milli ferlanna tveggja á grafinu. Reiknið Gini stuðulinn fyrir þetta tiltekna tilfelli. Hér getur verið hentugt að nota að:

$$\text{Gini} = 1 - \frac{\int_0^\infty (1 - F(x))^2 dx}{\int_0^\infty (1 - F(x)) dx}$$

Túlkið Gini stuðulinn.

10. Framkvæmið launakönnun (t.d. með því að nota spreadsheet, excel/calc/gnumeric R eða GRETL). Búið til iid úrtak, t.d. 500-1000 manns, úr Pareto dreifingu með x_0 og α eins og í dæminu á undan. Reiknið meðaltal, staðalfrávik, neðri fjórðung(25% kvantíl), efri fjórðung og úrtaks Gini-stuðul. Ein formúla fyrir úrtaksgini er:

$$g = \frac{\sum_{i=1}^n (2i - n - 1)x_i}{n^2 \bar{x}}$$
 þar sem x_i hefur verið raðað í stærðarröð

Berið saman við fræðilegu gildin.