

Skilið dæmum 6 og 8 til dæmakennara í dæmatíma 24. september 2012.

Blað og blýantsæfingar um fylgni og margvíðar slembibreytur

1. Skoðið dæmi 1.10 í ETM. Skoðið línulegu-algebrudæmin í kafla 2 í ETM.
2. Ef hending Y hefur væntanlegt gildi μ og variáns σ^2 , finnið það gildi c sem lágmarkar $E(Y - c)^2$.
3. Ef $E(X) = \mu_X$, $V(X) = \sigma_X^2$ og $Y = a + bX$. Hvað er $E(Y)$? Hvað er $E(Y|X = x)$? Hvað er $V(Y)$? Hvað er $V(Y|X)$? Hvað er $COV(X, Y)$? Hver er fylgni X og Y ?
4. Eru Y_1 og Y_2 óháðar ef:

$$f(y_1, y_2) = \begin{cases} 2\exp(-y_1 - y_2), & 0 < y_1 < y_2 < \infty \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

5. Ef Y_1 og Y_2 eru þannig að $V(Y_1) = V(Y_2)$ hver er þá fylgni $Y_1 + Y_2$ og $Y_1 - Y_2$.
6. Reiknið fylgni Y_1 og Y_2 ef:

$$f(y_1, y_2) = \begin{cases} 1 & \text{ef } |y_1| < y_2 \text{ og } 0 < y_2 < 1 \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

Reynið að teikna $f(y_1, y_2)$ (3-víddar mynd). Eru Y_1 og Y_2 óháðar?

7. Y er þannig að $f(y) = f(-y)$ (f symmetrískt um 0, teiknið þannig f), $E(Y) = 0$ og $E(Y^2) < \infty$. Reiknið $COV(Y, Y^2)$.

8. Tvívíða hendingin $\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2)'$ hefur þéttifall:

$$f(\mathbf{y}) = \begin{cases} \frac{3y_1+y_2}{7} & 0 < y_1 < 2 \text{ og } 0 < y_2 < 1 \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

Finnið

- a) Þéttifall Y_1 (jaðarþéttifall, marginal-density)
- b) Finnið þéttifall $Y_2|Y_1 = y_1$.
- c) Finnið $E(Y_2|Y_1 = y_1)$.
- d) Finnið $V(Y_2|Y_1 = y_1)$.