

## Bayesískar hugleiðingar

Gerum ráð fyrir að hendingin  $\mathbf{X}$  sé normaldreifð.

$$\mathbf{X}|\boldsymbol{\mu} \sim N(\boldsymbol{\mu}, \Sigma)$$

og að a priori upplýsingar um  $\boldsymbol{\mu}$  séu einnig normaldreifðar:

$$\boldsymbol{\mu} \sim N(\mathbf{a}, A)$$

Þá er auðvelt að sýna að posteriori upplýsingarnar eru einnig normal

$$E(\boldsymbol{\mu}|\mathbf{X} = \mathbf{x}) = A(A + \Sigma)^{-1}\mathbf{x} + (I - A(A + \Sigma)^{-1})\mathbf{a}$$

$$V(\boldsymbol{\mu}|\mathbf{X}) = A - A(A + \Sigma)^{-1}A$$

Þetta túlkast á eðlilegan hátt. Ef  $A$  er stórt, þ.e. vissa er lítil þá er mikið mark tekið á mælingunni. Ef  $A$  er lítið, þ.e. vissa mikil þá eru fordómarnir  $\mathbf{a}$  endurskoðaðir hóflega. (prófið á dæmi á bls. 158 í Spiegelhalter).

Þetta má auðveldlega sjá með grundvallarreglu (sem allir eiga að kunna) um margvíða normaldreifingu.

Þ.e. ef:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \end{bmatrix} \sim N\left(\begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu}_1 \\ \boldsymbol{\mu}_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma'_{12} & \Sigma_{22} \end{bmatrix}\right)$$

þá er

$$\mathbf{X}_1|\mathbf{X}_2 = \mathbf{x}_2 \sim N(\boldsymbol{\mu}_1 + \Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}(\mathbf{x}_2 - \boldsymbol{\mu}_2), \Sigma_{11} - \Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}\Sigma'_{12})$$

Athugið að  $\Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}$  er einskonar regressionstuðull.

## Athugasemdir um greinar Spiegelhalter og Berry

- Bayesísk tölfræði gengur út frá annari heimspeki en hefðbundin.
- Hefðbundin tölfræði túlkar líkur sem mælikvarða á tíðni
- Bayesísk tölfræði túlkar líkur sem mælikvarða á vissu
- Bayesísk tölfræði býður upp á möguleika að tengja ályktanir og ákvarðanir.
- A priori skoðanir eru tengdar við gagnavinnslu í gegnum a priori dreifingu.
- Fordómar, a priori dreifing eru vegnir saman við mælingar með reglu Bayes.
- Áður voru trúfélögin miklir andstæðingar, nú eru mörkin orðin mun þokukenndari.
- Áður var erfitt að reikna: Nútíma tölvutækni gerir reikninga framkvæmanlega þótt flóknir séu. Áður voru þeir sem gátu sætt sig við Bayes heimsspekina ekki reiknað, nú eru þeir sem ekki aðhyllast Bayes heimsspekina áhugasamir vegna þess að MCMC tæknin ræður við flókin líkön.

- Bayesísk tölfræði er viðleitni í að axiomatisera tölfræði. Mikil bayesistit, Bernardo, sagði á málstofu í fyrra: „Frequentist statistics is just a bunch of tricks”